

超音波法による骨密度及びヤング率測定法に関する研究*

(測定精度の検討)

石原 外美^{*1}, 丁 柏 林^{*2}, 柴田 博司^{*3}
太田 美紀^{*4}, 五嶋 孝仁^{*1}, 高沢 武志^{*5}

Ultrasonic Measurement of Bone Density and Young's Modulus (Examination of Accuracy of the Measurement)

Sotomi ISHIHARA^{*6}, Bailin DING, Hiroshi SHIBATA,
Miki OTA, Takahito GOSHIMA and Takeshi TAKAZAWA

^{*6} Department of Mechanical Engineering, University of Toyama,
3190 Gofuku, Toyama-shi, Toyama, 930-8555 Japan

This study was performed as a part of the research on the ultrasonic measurement in vivo of bone porosity, density, Young modulus and hardness. It was clarified that the bone porosity estimated by Biot's theory agrees well with the actual porosity within an accuracy of 5%. In the estimation the structure factor involved in the Biot's theory was determined as a value of 2. In this evaluation, an use of the propagation velocity of the fast wave is more advantageous to estimate the bone porosity than using the one of the slow wave. The estimated bone density by Biot's theory yields only $\pm 5\%$ differences from the measured value by the Archimedes method. Therefore, bone density can be estimated precisely by using the proposed ultrasonic wave method.

Key Words: Biomechanics, Biomaterials, Nondestructive Inspection, Hardness, Law of Mixture

1. 緒 論

近年、高齢化による骨粗しょう症やリューマチ患者の増加が問題になっている。この疾患は早期発見が難しいことから、効果的治療法が確立されていない。そのため、骨密度の変化や骨の軟化状態を定期的に、しかも手軽に知ることができる方法の確立が急がれている。

骨密度を測定する方法として、二重X線吸収法(Dual X-ray Absorptiometry, 以下DXA法)がある。近年はこの方法の普及により、身体のほとんどの部位の骨塩量が計測可能となった。しかし、X線を用いることから放射線被爆の危険性があり、定期的に検査を受けるには不安が残る。そのため、身体に影響のない超音波を用いた測定が考案されている。

超音波は材料中を伝播する際、その密度やヤング率の違いによって速度が変化する。また、空隙率の変化によっても速度が変化する。これらの超音波の性質を利用した骨密度測定器が実用化され、市販されてい

る。しかし、従来の骨密度測定器は、再現性などの測定精度の問題を抱えている。さらには、単に骨密度だけではなく、骨のヤング率(ばね定数)や硬さ等の測定が要望されている。

これまでに報告されている超音波法を用いた骨密度測定に関する研究について概観する。HosokawaとOtani [1]は、牛大腿骨(死体骨)を用いて超音波法による骨の空隙率測定実験を行い、M. A. Biot [2]によって提案されたモデルが骨密度測定に応用できることを報告している。Biotの理論は均質・等方性材料を対象にしたものであるが、Hughesら [3]は、材料に入射する超音波の角度を工夫することにより、Biotのモデルが異方性材料にも適用できることを示した。

水口ら [4]は、超音波を大腿骨に入射し、大腿骨の表面と内腔面を示すエコー波形を測定した。そして、得られたエコー波形から大腿骨断面形状を2次元表示した。さらにこの大腿骨断面形状とX線像、X線CT断層像(CT像)と比較することで、超音波パルス反射法の有用性を検討している。また、Nogataら [5]は反射波と透過波を用いて生体骨の骨面積率を求めた。これと二重エネルギーX線吸収法(以下DXA)の相関関係

* 原稿受付 2005年10月3日。

*1 正員、富山大学工学部(☎ 930-8555 富山市五福3190)。

*2 学生員、富山大学大学院理工学研究科。

*3 正員、富山商船高等専門学校電子制御工学科(☎ 930-0293 新湊市海老江練合1-2)。

*4 正員、公務員。

*5 TCM(株)(☎ 930-0166 富山市中老田801-3)。

E-mail: ishi@eng.toyama-u.ac.jp

を求ることにより、脊椎と踵骨の骨塩量(BMD)を評価する方法を考案している。

以上、これまでになされた研究を概観した。超音波法を用いた骨密度測定に関する研究はまだ例が少なく、精度も十分に達成されていないのが現状である。また骨の硬さ、ヤング率等の測定法についてはこれまで研究されていないことが分かった。

本報告は、超音波法を用いて、生体骨の空隙率、密度、ヤング率、並びに硬さなどの測定を行うことを目的とした研究の一環として行ったものである。まず Biot 理論(1956 年)を利用した測定法を確立し、その後、死体骨への適用を通じて、本測定法の精度確認を行った。

2. Biot 理論

流体で満たされた多孔性物体中を超音波が伝播する際、流体と固体間の相互作用、すなわち摩擦や、分子間力などの影響を受けて超音波の伝播速度と減衰率が変化する。

1956 年、M. A. Biot [2] は巨視的に均質かつ等方性の、液相を含む多孔質物体を伝播する弾性波の特性を解析した。彼は多孔性物質を固相と液相に分離し、運動方程式を立てることによって弾性波の伝播速度を求めた。また、Hughes らは、異方性の物体を伝播する弾性波を解析している[3]。図 1 に、Biot が用いた多孔性物体のモデルを示す。空隙率 β は、液相と固相を加えた全容積に対する液相の容積の比として式(1)で定義される。

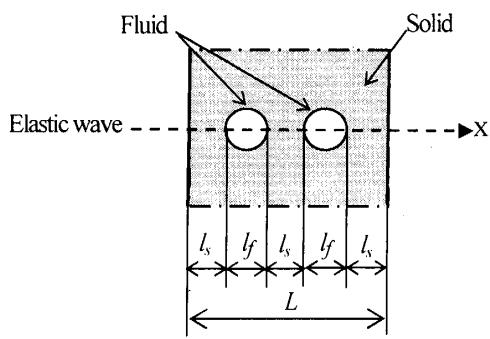


Fig. 1 Biot's model.

$$\beta = (Vol)_f / (Vol)_t \quad (1)$$

ここで、 $(Vol)_t$ は液相と固相を加えた全容積、

$(Vol)_f$ は液相の容積を示している。

流体で満たされた多孔性物体中を伝播する超音波には、fast 波と slow 波の 2 種類がある。fast 波とは固相中を伝播する超音波であり、また slow 波とは、超音波が液相を伝播する間に干渉を受け、速度が遅くなった波である。超音波が固相及び液相を伝播する速度をそれぞれ、 \bar{u} 並びに \bar{U} とすると、次式の連立方程式が得られる[2]。

$$\begin{aligned} N\nabla^2\bar{u} + \text{grad}[Pe + Q\varepsilon] &= \frac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho_{11}\bar{u} + \rho_{12}\bar{U}) + b\frac{\partial}{\partial t}(\bar{u} - \bar{U}) \\ \text{grad}[Qe + R\varepsilon] &= \frac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho_{12}\bar{u} + \rho_{22}\bar{U}) - b\frac{\partial}{\partial t}(\bar{u} - \bar{U}) \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 P, Q はそれぞれ固相、及び液相の一般化された弾性係数、 R は固相と液相を含む材料全体の一般化された平均弾性係数を示している。また、 N は平均せん断係数、 t は時間である。また、 b は液相の粘性抵抗を表し、次式で与えられる。

$$b = \mu\beta^2/k \quad (3)$$

ここで、 k は液相を超音波が伝播する際の透過率であり、 μ は液相の粘性である。また e, ε は次式で与えられる。

$$\text{div}\bar{u} = e, \quad \text{div}\bar{U} = \varepsilon \quad (4)$$

そして $\rho_{11}, \rho_{22}, \rho_{12}$ は次式で定義される。

$$\rho_{11} = (1 - \beta)\rho_s - (1 - \alpha)\beta\rho_f, \quad \rho_{22} = \alpha\beta\rho_f, \quad (5)$$

ここで ρ_s, ρ_f はそれぞれ固相と液相の密度である。また、 α は液相内部で動く微少構造体の挙動を示す係数であり、Berryman [6] により $\alpha = 1.7$ とされている。Biot は初期条件、すなわち $t = 0$ において、

$$\rho_{11} > 0, \quad \rho_{22} > 0, \quad \rho_{11}\rho_{22} - \rho_{12}^2 > 0 \quad (6)$$

並びに、固相と液相の境界において、

$$\bar{u} = \bar{U} \quad (7)$$

なる条件を用いて、式(2)の音の波動方程式を解いた。そして超音波の fast 波の速度 V_{fast} 、並びに slow 波の超音波速度 V_{slow} を次式(8)で与えた。

$$\begin{aligned} V_{fast}^2 &= \frac{\Delta + [\Delta^2 - 4(PR - Q^2)(\rho_{11}\rho_{22} - \rho_{12}^2)]^{1/2}}{2(\rho_{11}\rho_{22} - \rho_{12}^2)} \\ V_{slow}^2 &= \frac{\Delta - [\Delta^2 - 4(PR - Q^2)(\rho_{11}\rho_{22} - \rho_{12}^2)]^{1/2}}{2(\rho_{11}\rho_{22} - \rho_{12}^2)} \end{aligned} \quad (8)$$

ここで、 $\Delta = P\rho_2 + R\rho_1 - 2Q\rho_2$ である。また、式(8)中の P, Q はそれぞれ固相、液相の平均弾性係数を、R は固相と液相を加えた全体の材料の平均弾性係数を示している。これらの値は、D. L. Johnson ら [7] によって簡略化され、次式で与えられている。

$$P = \frac{\beta(K_s/K_f - 1)K_b + \beta^2 K_s + (1-2\beta)(K_s - K_b)}{1-\beta - K_b/K_s + \beta K_s/K_f} + \frac{4N}{3} \quad (9)$$

$$Q = \frac{(1-\beta - K_b/K_s)\beta K_s}{1-\beta - K_b/K_s + \beta K_s/K_f} \quad (10)$$

$$R = \frac{K_s \beta^2}{1-\beta - K_b/K_s + \beta K_s/K_f} \quad (11)$$

式(9)～(11)中の K_f , K_s はそれぞれ液相、固相の体積弾性率を、また K_b は両相を含めた材料全体の平均体積弾性率を示している。多孔性物体の体積弾性率 K_b 、及びせん断係数 N は、それぞれ式(12)並びに(13)で与えられる。これらの式中の ν_b はポアソン比である。また n は多孔性物体の構造に依存して変化する係数である。

$$K_b = \frac{E_s}{3(1-2\nu_b)}(1-\beta)^n \quad (12)$$

$$N = \frac{E_s}{2(1+\nu_b)}(1-\beta)^n \quad (13)$$

Biot 理論による超音波伝播速度の予測値と実験結果が一致するか否かは、係数 n 値の選定が重要である。 n 値の決定については後述する。

Biot 理論によれば、流体で満たされた多孔性物体を伝播する超音波の伝播速度は、多孔性物体の空隙率 β 、固相と液相のヤング率 E_s , E_f 、及び密度 ρ_s , ρ_f の関数で与えられることが分かる。

多孔性物体の密度 ρ_b 、ヤング率 E_b は複合則を用いると、固相と液相のヤング率 E_s , E_f 、並びに、密度 ρ_s , ρ_f を用いて次式(14), (15)で表される。

$$\rho_b = (1-\beta)\rho_s + \beta\rho_f \quad (14)$$

$$E_b = (1-\beta)E_s + \beta E_f \quad (15)$$

従って、多孔性物体を伝播する超音波速度 (fast 波と slow 波) の測定結果から多孔性物体の空隙率 β を推定し、これを式(14), (15)に代入することによって、多孔性物体のヤング率 E_b 並びに密度 ρ_b を予測することが可能である。この際、固相と液相のヤング率 E_s , E_f 並びに、密度 ρ_s , ρ_f を文献等から予め調査することが必要である。

3. 実験的検討

3.1 試験片並びに超音波実験方法

本研究に用いた実験装置を図 2 に示す。トランスデューサー、試験片、レシーバーを水中に沈めておく。トランスデューサーから発信された超音波は試験片を通過してレシーバーで受信され、受信波形はデジタルストレージスコープに出力され、受信波形はパーソナルコンピュータに記録される。

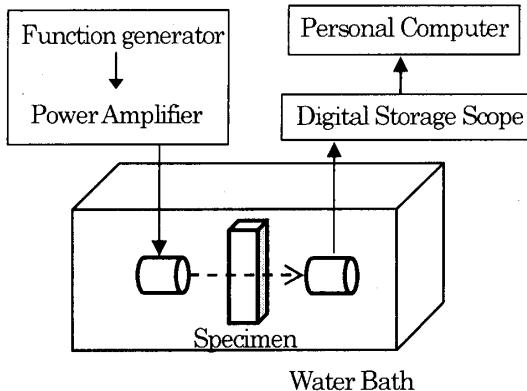


Fig.2 Experimental apparatus.

3.2 構造係数 n 値

Biot の理論を多孔性材料も含めて各種材料に適用する場合、式(12)及び(13)中の係数 n を適切に与える必要がある。そこで次の較正実験を行った。すなわち複数の金属材料、並びに人為的に種々の空隙率 β を与えて、材料中を伝播する超音波速度の測定を行った。そして実験による超音波の伝播速度が、式(8)の Biot の解に最も適合するように n を定めた。

表 1 に較正実験に用いた 5 種類の材料とその機械的性質を示す。用いた試験片は、図 3 に示すように直径 35 mm、厚さ 10 mm の円柱形状である。試験片表面をサンドペーパーを用いて鏡面に仕上げた。較正のための超音波伝播実験は、図 4 に示すように、トランスデューサーと材料、材料とレシーバー間に人為的に空隙を挿入することで、空隙率 β をマクロ的に種々変化させて、水中において実験を行った。図 4(a) は空隙率 $\beta=0$ を、図 4(b) は任意の空隙率 β を与えた

場合を示したものである。従つて、本実験における空隙率 β は、全幅 L に対する流体幅 $L-l$ の比として次式で与えられる。

$$\beta = \frac{L-l}{L} \quad (16)$$

Table 1 Physical properties of the materials

	White Metal WJ2	SUS304	70%Cr 30%Zn	Al alloy 2024T3	Mg alloy AZ31
$E[\text{GPa}]$	540	197	110	70.3	45.2
$\rho [\text{kg}/\text{cm}^3]$	7270	8030	8500	2700	1738

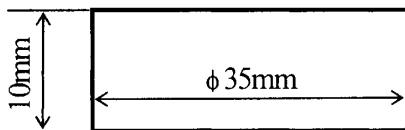
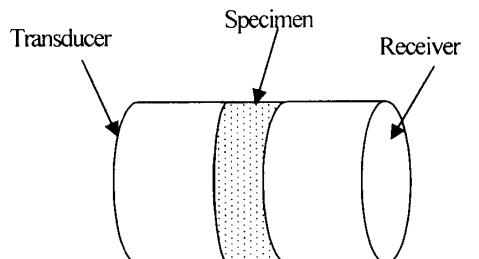
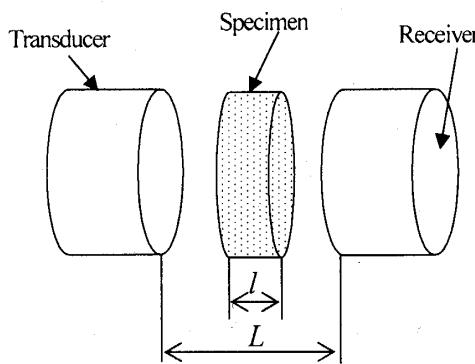


Fig.3 Specimen.

(a) Porosity $\beta=0$ 

$$(b) \text{Porosity } \beta = \frac{L-l}{L}$$

Fig.4 Schematic illustration of the experiment for determination of the value of n .

3.3 超音波伝播速度の測定方法

図 5 は、材料中を伝播する超音波 fast 波並びに slow 波の一例を示したものである。物体に含まれる空隙の度合いにより fast 波と slow 波の現れる速度が変化する。

図 6 は人為的空隙 ($\beta=0.67$) を含む WJ2 ホワイトメタルに、超音波を透過させたときに観察された波形を示したものである。超音波は図 7 の実線に示されるように試験部を往復し、そのうちレシーバーにぶつかった波を検出する。図 6 中の規則正しく現れている 5 つの山は、最初にレシーバーにぶつかった波が、図 7 中の点線に示されるように試験片と空隙との間を反射し、その波が検出されたものである。この規則性に反し割り込むように現れている波が fast 反射波である。また、fast 反射波が現れた後に、山と谷が逆になっている波があり、これが slow 反射波である。図中に示すように各波形の山頂から山頂までの時間をトランステューサー間往復伝播時間 Δt_{fast} 及び Δt_{slow} とし、式 (17) に示すようにトランステューサー間の距離を L としたときに、その 2 倍を Δt で除することで、超音波の伝播速度を測定できる。

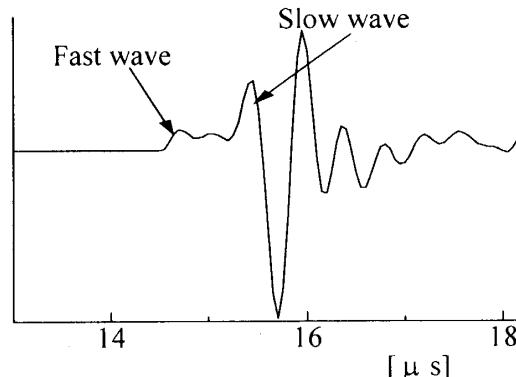
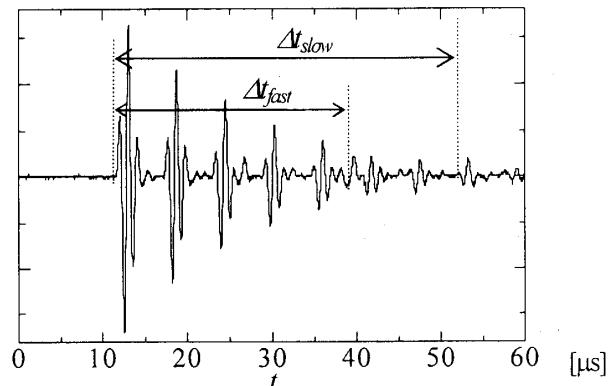


Fig.5 Waveform.

Fig.6 Determination of wave velocity.
(WJ2 : $\beta=0.67$)

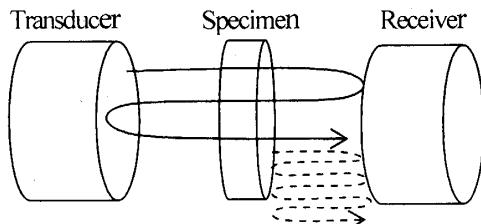


Fig. 7 Schematic illustration of wave propagation.

$$V = \frac{L}{\Delta t} = \frac{2L}{\Delta t} \quad (17)$$

4. Biot 理論と実験結果との対応

4.1 n 値の設定

式(8)の Biot 理論によって予測される超音波の物質中の伝播速度と、実験で観察される超音波波形から求められる伝播速度が一致するように、式(12)並びに(13)中の n を定めた。具体的には、 n 値を 0.01 刻みで変化させながら、推定値と実験値との誤差が最小になる時の n 値を求めた。

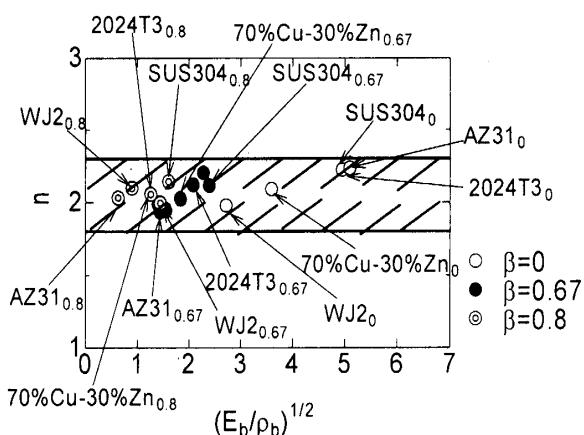
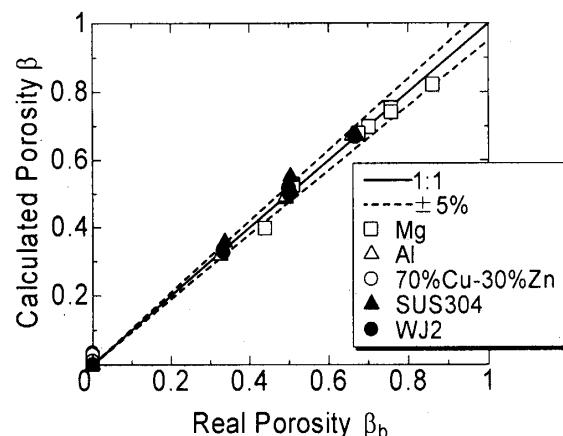
表 2 は、実測値と Biot 理論による予測値の差異が最小になる時の n 値を示したものである。表 2 よりわかるように、fast 波に対する実測値と Biot 理論による推定値は誤差 0.6 % 以下である。一方、slow 波の実測値と Biot 理論による推定値は誤差 6 % 以下である。従って、slow 波よりも fast 波を用いたほうがより精度が高いことが分かる。以上より、Biot 理論を用いることによって、材料内部を伝播する速度は、上記精度で予測できることがわかる。

Table 2 Comparison between predictions and measurements (white metal).

Slow Wave				
β	n	Predictions [m/s]	Experiments [m/s]	Error[%]
0.33	1.97	1197	1158	+3.3
0.5	1.96	1307	1385	-5.6
0.67	2.01	1367	1350	1.3

Fast Wave				
β	n	Predictions [m/s]	Experiments [m/s]	Error[%]
0.33	2.01	2822	2838	-0.6
0.5	1.98	2455	2460	-0.2
0.67	1.99	2026	2025	+0.1

図 8 は、種々の材料に対して、Biot 理論の予測値と実測値が適合するように定めた n 値と $\ln(E_b/\rho_b)$ の関係を示したものである。ここで E_b 及び ρ_b は空隙率 β の複合材の平均ヤング率、並びに平均密度である。これらの値は、式(16)で求められる空隙率 β を式(14)及び式(15)の複合則に代入することによって得られる。なお図中の、例えば 2024T3_{0.8} 等の下添え字 0.8 は巨視的空隙率 β が 0.8 であることを意味している。図 8 よりわかるように、本実験の全てのデータは、図中のハッチングで示される領域にプロットされている。これまで n は 1 から 3 までの間の値を取るとされているが、以上の検討より、材料、また空隙率に依らず、 n は一定値 2 をとると考えて良い。

Fig. 8 Relationship between n and $(E_b/\rho_b)^{1/2}$.Fig. 9 Comparison between calculated and Real Porosity (case: $n = 2$).

この妥当性を確認するために、超音波伝播速度の実測値を式(8)の Biot 理論の超音波伝播速度 ($n = 2$) に代入し、複合材の空隙率 β を予測した。このようにして予測した空隙率 β と、人為的に設定した空隙率 β との比較を図 9 に示す。図からわかるように、 $n = 2$ とすることによって Biot 理論による空隙率の予測値

と、人為的に設定した空隙率 β とは $\pm 5\%$ 以内で一致する。従って、空隙率 β の予測に Biot 理論を適用する場合、 $n = 2$ として計算を行ってもよいことが明らかとなつた。

4.2 fast 波と slow 波に関する精度の検討

図 10 は、Biot 理論 ($n=2$) を用いて計算した fast 波、slow 波の伝播速度と空隙率 β の関係を示したものである。図は一例としてホワイトメタルに対する計算結果を示したものである。図よりわかるように、縦軸の fast 波、あるいは slow 波の伝播速度のいずれかを測定することによって、骨中の空隙率 β を推定することができる。fast 波では超音波伝播速度の空隙率 β による変化率は、slow 波におけるよりも大きい。一方、slow 波では、 $\beta = 0.2 \sim 0.8$ の範囲において、slow 波の伝播速度に大きな変化が認められない。 $\beta = 0$ 及び $\beta = 1$ 付近では、slow 波は現れないため推定不可能となる。また図中矢印に示すように、slow 波では、一つ伝播速度に対して二つ空隙率 β が求められる。以上のことから β の推定にあたって、 V_s (slow 波) よりも V_f (fast 波) を用いた方が、高い推定精度が得られる。

従って、本研究では V_f (fast 波) の測定結果を用いて、材料中の空隙率 β を求め、材料の平均密度、平均ヤング率を予測した。

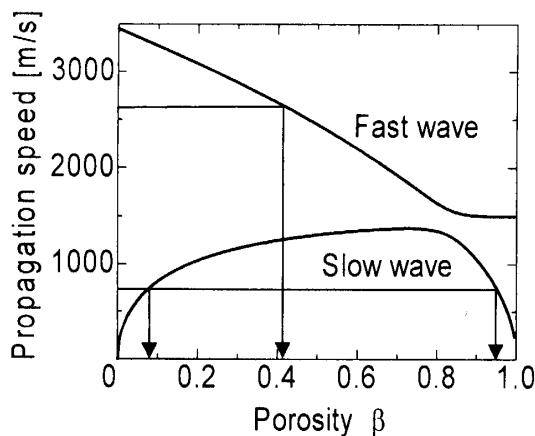


Fig. 10 Ultrasonic velocity as a function of porosity β predicted by Biot's theory (for the case of white metal, $n=2$).

5. 検証実験（牛骨の骨密度測定）

用いた試験片は市販の牛大腿骨であり、1頭の牛の大腿骨から採取したものである。表面組織を破壊しないよう留意して実験を行つた。骨組織はミクロ的に空

隙を含んでいる。また牛大腿骨は部位によって骨密度等が異なるので、本研究では、骨頭部の一端から他端まで、大腿骨を骨幹軸と垂直に順番に切り出すことによって異なる 20 個のサンプルを取り出して、そして、サンプル毎に測定を行つた。骨髄を除いて、骨部のみを用いて試験片を作成した。試験片の寸法は $40 \times 50 \times 10$ mm であった。空隙を含まない緻密骨（固相部）と空隙部（液相部）の物性値を表 3 に示す。表 3 は Hosokawa ら[1]により与えられた、牛大腿骨（緻密骨）と孔部（液相部）の物性値を示したものである。

Table 3 Physical properties of bovine femur [1].

	Cortical Bone (Solid phase)	Pore (Fluid phase)
E [GPa]	22.0	0
ρ [g/cm ³]	1.90	0.99

3.1 節で述べた実験方法と実験装置を用いて、20 個の各サンプルに超音波を入射し、超音波の透過波の伝播速度を測定した。これらの値を式 (8) の Biot 理論 ($n=2$) に代入し、牛大腿骨サンプルの空隙率 β を算出した。ついでこれらの空隙率 β を公式 (14), (15) に代入することによって、試験片全体の平均密度 ρ 、平均ヤング率 E を求めた。この際、緻密骨と孔部（液相部）のそれぞれのヤング率 E_s , E_f 、並びに、密度 ρ_s , ρ_f として、表 3 の Hosokawa ら[1]によって与えられた値を用いた。

また、予測値の精度確認のために、超音波実験で用いた牛骨試験片と同一試験片を用いて、精度が保証されているアルキメデス法によって骨密度を測定した。まず、室温で乾燥させた試験片を水中に沈め、そのときにかかる浮力を測定し、式 (18) によつて試験片の骨密度を求めた。

$$\rho = \frac{W}{B / \rho_w} \quad (18)$$

ここで ρ は試験片の骨密度、 W は空气中における試験片の重さ、 B は試験片に働く浮力、 ρ_w は水の密度である。

図11は超音波法によって推定された骨密度 ρ_b とアルキメデス法による骨密度の実測値 ρ とを比較したものである。図中の実線は $\rho_b = \rho$ となる場合を示し、また破線は両者の間に±5%の誤差が生じる範囲を示している。図11から分かるように、本超音波法から推測された骨密度 ρ_b は、アルキメデス法による実測値 ρ に対して±5%前後の誤差範囲内に収まっている。

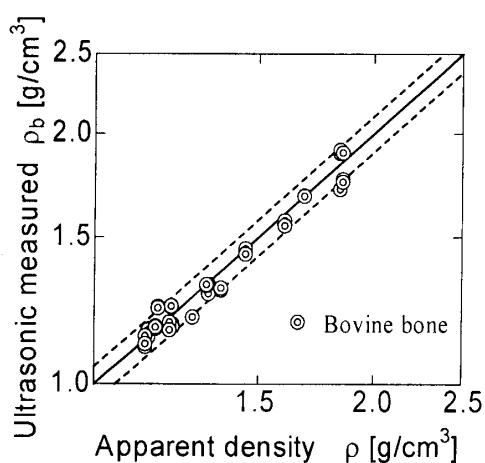


Fig. 11 Relationship between bone density predicted by Biot's theory ρ_b and the one from the Archimedes method ρ .

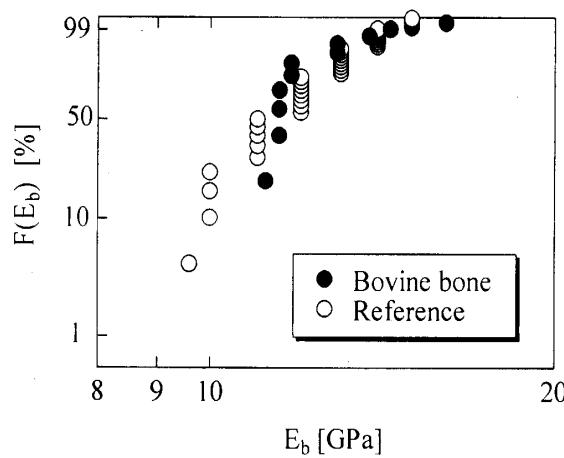


Fig. 12 Relationship between Young's modulus predicted by Biot's theory E_b and reference [8]. Good agreement between them can be confirmed from this plot.

図12は本超音波法により推定された牛死体骨の平均ヤング率 E_b と、Rhoらによって求められた文献値

[8]をワイブル確率紙上にプロットし、比較したものである。図からわかるように、本推定値とRhoらによる文献値[8]とは良く一致している。従って、図11の骨密度ばかりでなく骨の剛性を表すヤング率の推定においても、本法は有用であることがわかる。

6. 結 言

(1) Biot理論における構造係数 n を $n=2$ とすることによって、Biot理論による空隙率 β は実際の空隙率と5%以内の精度で良く一致する。これは材料、及び空隙率に依らない。

(2) Biot理論を用いた空隙率の測定に当たって、物体中を伝播するfast波を用いた方がslow波の伝播速度を用いるよりも高精度の測定ができる。

(3) 本超音波法から推測された骨密度 ρ_b は、アルキメデス法による実測値 ρ に対して±5%前後の誤差範囲内に収まつた。従つて、本超音波推定法により精度良く骨密度測定ができる。

参考文献

- [1] A. Hosokawa and T. Otani, *J. Acoust. Soc. Am.*, 1997, **101**, pp. 558–562.
- [2] M. A. Biot, *J. Acoust. Soc. Am.*, 1956, **28**, pp. 168–178.
- [3] E. R. Hughes, T. G. Leighton, G. W. Petley and P. R. White, *Ultrasound in Med. & Biol.*, 1999, **25**, pp. 811–821.
- [4] Y. Minakuchi, et al., *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, 1992, **58**, No.551, pp. 58–65.
- [5] F. Nogata, K. Matsui, K. Kagechika, Y. Sueyoshi and K. Tomita, *Journal of Biomechanical Engineering*, 1999, **121**, pp. 298–303.
- [6] J. G. Berryman, *Appl. Phys. Lett.*, 1980, **37**, pp. 382–384.
- [7] D. L. Johnson, *Appl. Phys. Lett.*, 1980, **37**, pp. 1065–1067.
- [8] J. Y. Rho, et al., *Young's modulus of trabecular and cortical bone material: Ultrasonic and microtensile measurements*, *J. Biomech.*, 1993, **26**, pp. 111–119.