

一対比較評価に関する一考察

古 賀 さゆり

富山大学紀要. 富大経済論集 第66巻第1・2・3合併号 (2020年12月)

富山大学経済学部

[研究ノート]

一対比較評価に関する一考察

古賀 さゆり

キーワード：評価基準，一対比較，AHP

1. はじめに

本稿は、AHPで直感や経験を数値化する為に利用される一対比較について検討考察を行う。まず本稿で扱う一対比較に関する問題の説明をする為にAHPの手順と関連で重要だと思われるものを簡単にまとめる。AHPは階層分析法 (Analytic Hierarchy Process) の略で1970年代にピッツバーグ大学のT. L. Saatyが提唱した意志決定法で直感や経験を数値化して組み入れる事が出来る意志決定法として、広く活用されている方法である。複雑な状況での意思決定を行うための構造化法の1つであり、包括的かつ合理的な意思決定の為にいくつもの枠組みを提供してくれる。まず問題を整理する事から始めるが、自分達の問題をより具体的に下位の問題の階層へと分割する。AHPの結論の信頼性は階層構造により決定する。この階層構造をどう作るかによりいったん階層構造が構築してしまえば、後は決定者が要素を2つずつ取り上げながら比較していく事で重要度(ウエイト)という形で評価していく事が出来る [1]。この際、同一基準では計れないような要素についても合理的かつ一貫した方法を利用して比較していく事が出来る為、非常に簡便かつ受け入れられやすい方法と言える [2][3][4]。個人的な決定問題というよりむしろ、複雑な決定を下さなければならない問題に取り組む集団意思決定場面でより大きな効果を発揮する事が多い。AHPはその後色々な拡張を経て現在ではANP (Analytic Network Process) 等という手法へと Saaty 自身により拡張され多くの適用例が報告されている。一対比較法の発想自体、社会心理学に由来している事もあり、因子

分析等と結びつけ心理学知見と結びつけ感性情報の特性と結びつけ検討しているものもある [5]。まず問題があり最終的な選択対象となるいくつかの代替案がある。この代替案の中から絞り込む為に評価基準が存在するが、この階層的構造（階層図）を作る事が出来れば後は行列計算の基礎知識があれば総合的な評価を下す事が出来る簡易的な方法である。まずは本稿で扱う AHP は手順を簡単に説明する。まず大きく分けて4つの手順に分けられ作業を進める。

- (手順 1) 問題を階層図で表現する。
- (手順 2) 比較対象 2つを取り出し数値で表現，一対比較を行う。
- (手順 3) 手順 2 より，各ウエイトを計算
- (手順 4) 手順 3 のウエイト結果を総合評価の計算し結論を下す。

(手順 1) の階層図は，ただこの階層図は一旦出来上がった後でも作り直し階層構造を作り直す事も必要であり，基準を分け分岐型若しくは短絡型と呼ばれる階層構造が得られる。

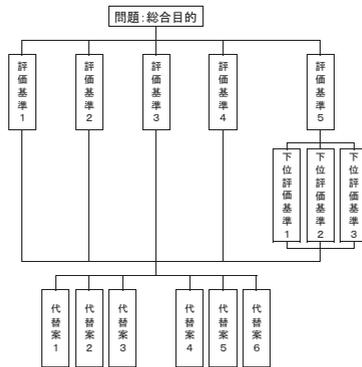


図 1. 階層図

上の図 1（階層図）でいうと一番上の総合目的と一番下の選択肢となる複

数の代替案の配置です。それらの代替案を選択する為の評価基準を中間に配置するが、配置される評価基準は互いに独立である事が求められ、評価基準が2重基準になっていないか検討、例えば図1階層図でいうとの評価基準5の下にあるように下位評価基準として分解する故評価基準は7個となる [1]。基準の数が多くなると対比較の数が一般に鼠算式に増えていく事が多いが、これが対比較を実行する手間が増えていく上に対比較の回数が多くなると当然項目間の重要度の関係の中に矛盾を含む可能性が高くなる。問題によっては評価基準の数が多くなることは避けられないのも事実である。この矛盾を認めた上でそれらをどれ位許容出来るかを測定する一つの基準として Satty は計算の信頼性を保つ為に整合度として C.I.(consistency index) 値（整合度）及び C.R.(consistency ratio) を提案 [7]、C.I. の値が0.1 若しくは0.15 以下であれば整合性があると認められ再点検の必要はないとしている。C.I. の評価に関して様々な議論があるが、必ずしもこれらを0に近づけようとする必要はないとしている面が窺える。特に AHP にはいくつか回避すべき問題が多々あり、それに対応する工夫が Satty だけでなく様々な研究者により提案されている [3] [6][9][10]。まずは簡単に総合的重要度(総合評価値)計算の仕方を解説する [1]。下の図2は代替案が m 個で評価基準が n 個の簡単な階層図です。

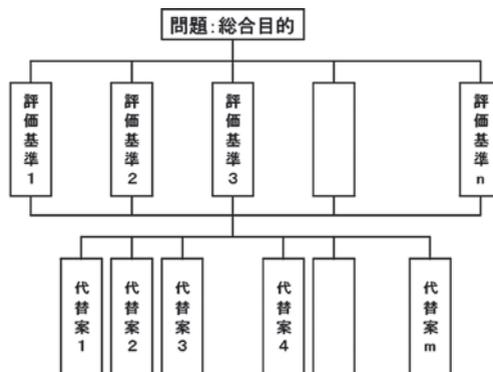


図2. 階層図2

階層図の各レベルの要素を、1つ上のレベルの各要素からみて一対比較を行い、それぞれの一対比較表を完成させ計算する。上記図2の様に n 個の評価項目があり本来の重要度がそれぞれ w_1, w_2, \dots, w_n とすると項目 i と j の重要度の一対比較値 a_{ij} は以下の関係を満たす：

$$a_{ij} = \frac{w_i}{w_j}$$

一対比較行列 $A = (a_{ij})$ は上記の形をしている事は余り期待できず、多少のずれが生じるがこのずれが全くない状態が整合度 0 の状態で固有値問題と関連している。一対比較行列 AHP の代表的な計算法には固有値法と幾何平均法があり、手法を意味づける数学モデルも考案されているが、固有値法での結果が多くの支持を得ている。本稿では簡便化のために AHP の計算（手順 3）では幾何平均を用いる。図 2 階層図の評価基準 i のウエイトを v_i 、それぞれの評価基準 i の元での代替案 j のウエイトを w_{ij} とするとウエイト自体合計が 1 であるのでそれぞれ以下の式が成立する。

$$\sum v_i = 1$$

$$\sum_{j=1}^m w_{ij} = 1 (i = 1, 2, \dots, n)$$

結果、総合的重要度（総合評価値）総合評価は代替案 1 から代替案 m をそれぞれ一行目から並べたベクトル表記したものを X とすると以下の様になる：

$$X = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{21} & \cdots & w_{n1} \\ w_{12} & w_{22} & & \\ \vdots & \vdots & & \\ w_{1m} & w_{2m} & \cdots & w_{nm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum w_{i1} v_i \\ \sum w_{i2} v_i \\ \vdots \\ \sum w_{im} v_i \end{pmatrix}$$

この各成分の値が大きい程好ましいとされるがウエイトの成分がそれぞれ合計 1 であるが故に、総合的重要度の計算合計も 1 となる事が計算できる：

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m w_{ij} v_i = \sum_{i=1}^n v_i \sum_{j=1}^m w_{ij} = \sum_{i=1}^n v_i = 1$$

評価基準の勿論このペア比較対象となりうる個数は7個迄、多くても9個以下が望ましいとされている [1]。しかしながら全体として見て解る様に比較対象が多ければ多い程積み上げ計算しても分散されるのは明らかである。実際に一番この総合重要度の計算結果で一番影響を与えるのは評価基準のウエイトであり、比較的軽いウエイトは余り影響を及ぼさない為に一定量の相対的な重要度比率で考える事が多いが本稿では評価基準を多くしすぎる影響について3章にて簡単な例を用いて述べたいと思う。

2. 様々な整合度の計算

ここでは先行研究の中で、AHPの手順と関連で重要だと思われる整合度に関して以下に簡単にまとめる。AHPにおける計算はペア比較行列の最大固有値と固有ベクトルを求める事にある。次に各要素評価基準の重みベクトルと整合度指数を計算する。最大固有値と固有ベクトルを用いた正確な計算結果を算出するソフトウェアは現在でも多数存在販売されている。この重要度（ウエイト）を計算段階では主に、固有値及び固有ベクトルによる固有ベクトル法 [1] と単純平均を用いた方法 [3]、幾何平均を用いた方法 [1][2][3][4] 等が上げられる。AHPの提案者である Saaty は一対比較行列からウエイトを推定する際には幾何平均を推奨、幾何平均で求めたウエイト w_i を用いて AHP を実行した際の整合度をいかの式で計算を提案した：

$$C.I. = \frac{\lambda_{max} - n}{n-1},$$

$$\lambda_{max} = \frac{1}{n} \sum \sum \frac{a_{ij} w_j}{w_i}$$

上記の λ_{max} は一対比較行列の最大固有値を表す値で必ず非負であるが、幾何平均法では近似法の計算であるので負の値になる場合もある。幾何平均法あるいは固有値法のモデルの理論的な正当性や整合性の理論的な意味 [6] では、

一対比較の簡便法を提案されている。意味の理解や応用的な意味合いでは固有ベクトル法が優れているが、幾何平均法でも計算の信頼性を保つ為に C.I. 値(整合度)を重要視して再点検し、結果繰り返し計算する事が多々ある為に一般的で比較的安価に求められる意味で、幾何平均法も比較的良く用いられる。行列の一対比較行列から重要度(ウエイト)を求める際に各行の幾何平均を用いて計算、Saaty は整合性のずれをどの程度まで許容できるかを判断する材料として一対比較行列の整合度(consistency index, 略して C.I.)を提案していたが、加藤はこの C.I. より計算が簡単且つ調和平均を用いた場合には整合度 C.I.H. を提案した [10]。

一般に一対比較行列が整合性を満たすことは稀であるので整合性のずれを表すものが対数正規分布に従う時な項目のウエイトは一対比較行列の幾何平均で推定すればよいとしている [11]。これに対して加藤の提案したウエイト計算及び整合度 C.I.H. は幾何平均及び C.I. と比較すると計算より簡単でかつ整合度のずれを表現するものが Birnbaum-Saunders 分布に従う際には C.I.H. で十分整合度として信頼できる事を示している。この一対比較から評価値を求める部分で、主要な計算は電卓若しくは Microsoft Office のソフトウェア Excel を利用し簡単に計算できる。Excel を用いた初心者向けに解説している参考文献は他にもいくつかあり筆者も階層図から数値選択で出来、ある程度色別で手が届きにくい人にも指示が出せるものを作成しようとしていたが今回これで区切りをつける予定である。[8]では一部の欠損値がでた場合補完するハーカーの方法、AHP モデルを拡張した階層化ファジイモデルの簡単な解説等も紹介しているものから簡単な階層図における WEB 版等も検索すると簡単にヒットするがスマートフォン上ではうまく作動しない時が多々ある。特に EXCEL にほぼ標準装備しているマクロ言語 VBA は環境によっては評価基準が 8 個の時さえ誤作動を起こす事があり、これに関してはスマートフォンが便利なのかどうか非常に微妙なものだと実感できた。

3. 評価基準の相対的な重要度比率数検証と考察

一定量の相対的な重要度比率で考える事が多いが本稿では評価基準を多くしすぎる影響について簡単な例を用いて検証述べたいと思う。第1章の図2階層図2において、評価基準が7個、代替案が3個のケースで評価基準7個とそれぞれの評価基準の代替案のペア比較が以下の例を考える。簡単のために評価基準をそれぞれ①, ②, …, ⑦とし代替案をI, II, IIIと表記する。表の幾何平均の列は左側の数値を列単位で騎垂平均を計算し小数点第4位で四捨五入した値を記載し一番右列の重要度はこの幾何平均値から算出したそれぞれの項目の重要度をそれぞれ表す値である。:

表 3.1 評価基準のペア比較と重要度

	①	②	③	④	⑤	⑥	幾何平均	重要度
①	1	2	1	5	5	1	1.919	0.274
②	1/2	1	1/3	2	3	1	1	0.143
③	1	3	1	3	3	1/2	1.543	0.221
④	1/5	1/2	1/3	1	1	1/3	0.472	0.067
⑤	1/5	1/3	1/3	1	1	1/3	0.442	0.063
⑥	1	1	2	3	3	1	1.619	0.231

表 3.2 6個の選定要因に関する各代替案のペア比較

①	I	II	III	幾何平均	重要度
I	1	1/2	2	1	0.276
II	2	1	5	2.154	0.595
III	1/2	1/5	1	0.464	0.128

②	I	II	III	幾何平均	重要度
I	1	3	1/3	1	0.231
II	1/3	1	1/9	0.333	0.077
III	3	9	1	3	0.692

③	I	II	III	幾何平均	重要度
I	1	1/5	1/2	0.464	0.122
II	5	1	3	2.466	0.648
III	2	1/3	1	0.874	0.23

④	I	II	III	幾何平均	重要度
I	1	2	1/2	1	0.286
II	1/2	1	1/4	0.5	0.143
III	2	4	1	2	0.571

⑤	I	II	III	幾何平均	重要度
I	1	3	1/3	1	0.231
II	1/3	1	1/9	0.333	0.077
III	3	9	1	3	0.692

⑥	I	II	III	幾何平均	重要度
I	1	1/2	3	1.145	0.279
II	2	1	9	2.621	0.639
III	1/3	1/9	1	0.333	0.081

表 3.1 と表 3.2 の幾何平均及び重要度は小数点以下第 4 位で四捨五入した値であり、これらの総合的重要度の計算したものが以下の表 3.3 である。

表 3.3 総合評価

	0.274	0.143	0.221	0.067	0.063	0.231	
	①	②	③	④	⑤	⑥	総合評価
I	0.276	0.231	0.122	0.286	0.231	0.279	0.233783
II	0.595	0.077	0.648	0.143	0.077	0.639	0.47929
III	0.128	0.692	0.23	0.571	0.692	0.081	0.285422

表 3.3 の一行の値は表 3.1 の評価基準の重要度、2 列目から 7 列目は表 3.2 の各代替案のペア比較の重要度を記載、一番右列がそれぞれ表の数値と評価基準ウエイトを掛けてまとめたものである。この数値が選好順位であり評価の数値である。これら全て整合度 C.I. は 0.1 以下で収まっており、代替案 II 約 0.48、代替案 III 約 0.285、代替案 I 約 0.234 であり、この場合代替案 II、III、I の順に好ましい事が解る。

計算方法を単純にみて解る様に、この総合重要度計算の中で一番影響を及ぼすのは評価基準のウエイトである。あくまでウエイトはある程度の所で四捨五入した値に対して合計約 1 であるので評価基準の数が増えれば増える程、評価基準の重要度が上位でない項目はペア比較した本人も余り重要視していないという事で全体でも余り影響を与えない事が多い。上記例でみると評価基準の上位 3 位①⑥③で合計 72.6%、上位 4 位①⑥③②で合計 86.9%を占めているので、それぞれ評価基準が 3 項目及び 4 項目であるとして、相対的な重要度として一対比較の重要度を計算しなおし総合的重要度の計算を引き直して計算したのが下の表 3.4 である：

表 3.4 相対的な重要度に引直し計算した総合評価のまとめ

4位迄	0.315	0.165	0.254				0.2658		
3位迄	0.377		0.304				0.3182		
	0.274	0.143	0.221	0.067	0.063	0.231			
	①	②	③	④	⑤	⑥	総合評価	3位迄総合評価	4位迄総合評価
I	0.276	0.231	0.122	0.286	0.231	0.279	0.233783	0.23007576	0.23022785
II	0.595	0.077	0.648	0.143	0.077	0.639	0.47929	0.62513361	0.53493441
III	0.128	0.692	0.23	0.571	0.692	0.081	0.285422	0.14409504	0.23425662

表 3.4 は表 3.3 の上に 2 つ行を加え右に 2 つ列を加え記載した表である。

評価基準の上位 3 位①⑥③で合計 72.6% のものを 3 項目（評価基準が 3 個）で相対的に引き直したウエイトが表 3.4 の上から 2 行目のウエイトであり、結果代替案 II 約 0.63, 代替案 I 約 0.23, 代替案 III 約 0.144 であり、この場合代替案 II, I, III の順に好ましい事となり 2 位以下の順位が逆転する。評価基準の上位 4 位①⑥③②で合計 86.9% のものを 4 項目（評価基準が 4 個）で相対的に引き直したウエイトが表 3.4 の上から 1 行目のウエイトであり、結果代替案 II 約 0.535, 代替案 III 約 0.234, 代替案 I 約 0.23 であり、この場合代替案 II, III, I の順に好ましい事となり 2 位以下の順位は逆転しないものの 2 位と 3 位がほぼ変わらない結果となった。数値の値が高い点であれば高評価で僅差であればほぼ同格と見なせるのであれば同じ問題を評価した結果を受け入れられるかどうかは微妙になってくる。この様に階層図を考える際に評価基準の個数は評価基準の勿論このペア比較対象となりうる個数は 7 個迄、多くても 9 個以下が望ましいとされているが上記例をみて解る様に比較対象が多ければ多い程積み上げ計算しても分散されるのは明らかである故、ある程度絞らないと得られた結果を本人が受け入れにくくなっていく事に繋がりやすい。

4. おわりに

スマートフォンの普及で溢れ返る情報と違いの解りにくい選択肢が増えた事から余計に「消費者離れ」が加速している現在でも意思決定する場面は多々あ

る。多数の中から条件の絞り込みが一番重要で困難な事に思える。AHPにおける一対比較法による順位づけが、結果として意思決定者の感性や経験を本当に正しく反映しているかに関しては、手法に余り興味がない意思決定者にとっては特に不安が残る人が多い。実際これを補うための先行研究は多々あるが執筆者はAHPの源泉である一対比較法の発想自体、社会心理学に由来している事もあり、感性的評価で最もよく使われる測定法の一つを用いて因子分析により分析の予定で心理学知見と感性情報の特性と結びつけ分析迄ある程度まとめたかった。その為意思決定者（回答者）の労力を軽減させる計算システムを作成しようとし、まずは特にスマートフォンの急激な普及に対応のある一定の利用者に対応できる様代替案と評価基準を選び共通の階層構造を作り汎用型AHPの作成を試みたが時間と工夫が必要である事は第1章2章でまとめた事を見直してみても簡単に解る。

2020年プログラミング教育が小学校で必修化されICT環境（パソコン、タブレットなど）の整備も整った中で散らかっている情報を使える情報にする事がより重要になると思われる。今は紙にペンで情報活用している人とデジタル情報にデジタルペンで情報活用している人と入れ混じっている状態であり、今回非対面講義の一つの講義中で学生とのデータのやりとりのみで5.67GB動画等除いて約6GBのやり取りをした。紙ではなくデジタル上で違和感なく色で資料等に線を引いたり丸で囲ったりで新しいアイデアが生まれてきたのを垣間見れて正直驚いた。情報活用のあり方として紙媒体でなくデジタルの中で違和感なく自分をくぐらせなくて活用を試みようとしている姿勢にである。AHPは本来個人対象ではなく複数人が意思決定する場合に、一番その力を発揮する事が多い。複数人の判断した一対比較の結果がどの程度に一致しているかを調べ、ある程度一致しているならばこの立場からの提案が出来るがこれらの分類については因子分析と共に今後の研究課題の一つである。

参考文献

- [1] 刀根薫, ゲーム感覚意志決定法—AHP入門—, 日科技連出版社, (1986)
- [2] 刀根薫・眞鍋龍太郎, AHP事例集, 日科技連出版社, (1990)
- [3] 木下栄蔵, 入門AHP—決断と合意形成のテクニック, 日科技連出版社, (2000)
- [4] 木下栄蔵, AHPの理論と実際, 日科技連出版社, (2000)
- [5] 酒井 浩二・山本 嘉一郎, Excelで今すぐ実践!感性的評価—AHPとその実践例, ナカニシヤ出版, (2008)
- [6] 飯田洋市, 意思決定法AHPにおける一対比較の簡便法, 信州大学人文社会科学研究 10: 68-78(2016)
- [7] Saaty, T.L. The Analytic Hierarchy Process, New York:McGraw-Hill, (1980)
- [8] 高萩栄一郎・中島信之, Excelで学ぶAHP入門第2版, 株式会社オーム社, 平成30年
- [9] 武田 正則・大迫 正弘, はじめてのAHP—すぐ使える意志決定手法! Analytic Hierarchy Process (I・O biz), 工学社, 2008年,
- [10] 加藤豊, 例解AHP—基礎と応用—, ミネルヴァ書房, 2013
- [11] T. L. Saaty and C. G. Vargas, " Comparison of eigenvalues, logarithmic least squares and least squares methods in estimating ratios", Mathematical Modelling, Vol.5, 1984, pp.309-324

提出年月日：2020年10月1日

