

## 球体による散乱音場の位相特性

広林茂樹\* 東山三樹夫\* 小池恒彦\*\* Richard H. Lyon\*\*\*

\*工学院大学, \*\*NTTアドバンステクノロジー株式会社, \*\*\*マサチューセッツ工科大学

〒192 東京都八王子市中野町2665-1 (5-601) 工学院大学 数理音響学研究室

あらまし 散乱体による散乱音場の研究は、頭部伝達関数の推定や室内伝達関数の変動予測のために重要である。本報告は、剛球及び軟球による散乱音場の位相特性を、数値的に解析した。その結果、剛球散乱音場における散乱波は、球体前方では最小位相特性を有し、後方では非最小位相信号であること、また球体後方では遠方になるに連れall-pass成分が減少し、次第に最小位相特性に漸近することがわかった。一方、軟球の散乱波は観測点によらず最小位相特性を示すことが明らかになった。

キーワード 室内音響, 音響信号処理, 散乱波, 最小位相, 室内伝達関数

## Phase Characteristics for Scattering Waves by a Sphere

Shigeki HIROBAYASHI\* Mikio TOHYAMA\* Tsunehiko KOIKE\*\* Richard H. Lyon\*\*\*

\*Kogakuin University, \*\*NTT Advanced Technology Corporation, \*\*\*Massachusetts Institute of Technology

Institute of Computer Acoustics & Hearing, Kogakuin University,  
2665-1, Nakano-machi, Hachioji-shi Tokyo, 192 Japan

**Abstract** Scattering wave analysis is important for estimating a head related transfer function and prediction of variations of room transfer functions. This article investigates the phase characteristics of scattering waves by an acoustically hard / soft sphere. A scattering wave from a sphere is minimum phase in front of the sphere, and non-minimum phase at the rear of the sphere. The rear-scattered waves become minimum phase, as the distance is far from the sphere. The scattered wave by a soft sphere is minimum phase in the whole region of the scattered wave fields.

**key word** Room Acoustics, Acoustic Signal Processing, Scattering Wave, Minimum Phase, Room Transfer Function

## はじめに

室内伝達関数の推定では、伝達関数の変動予測が重要である。本研究は、室内伝達関数の変動要因である散乱体の室内伝達関数に及ぼす影響を解析し、伝達関数を予測・制御することを目的とする。本報告では、散乱音場を理論的に解析するために球体の散乱音場における解を波動方程式より解析し、P. M. Morseの漸近解<sup>1)</sup>の性質を数値的に実証する。

室内伝達関数の主な変動要因に散乱体の影響がある。著者等は最も単純な散乱体の例として、剛球及び軟球に着目した。特に本報告では、散乱音場における散乱波の位相特性について、数値解析を試みる。剛球散乱音場では入射平面波に対し球体前方で散乱波は最小位相特性を有し、球体後方では遠方になるにつれ最小位相特性に漸近すること、さらに軟球による散乱音場では散乱波が最小位相特性を有することを明らかにする。

## 1. 球体による散乱波の理論式

### 1.1 剛球による散乱波<sup>2-5)</sup>

図1に示す剛球散乱音場において、入射平面波 $H_i(\omega)$ と外向き散乱波 $H_s(\omega)$ はそれぞれ、

$$H_i(\omega) = e^{-ikr \cos \theta} = \sum_{n=0}^{\infty} (-i)^n (2n+1) P_n(\cos \theta) j_n(ka) \quad (1)$$

$$H_s(\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n P_n(\cos \theta) h_n^{(2)}(kr) \quad (2)$$

で表される。球体表面 $r=a$ で剛球の粒子速度が零となる境界条件：

$$\frac{\partial}{\partial r} (H_i + H_s) |_{r=a} = 0 \quad (3)$$

より、(2)式は

$$H_s(\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} (-i)^n (2n+1) P_n(\cos \theta) \frac{j_n'(ka)}{h_n^{(2)'}(ka)} h_n^{(2)}(kr) \quad (4)$$

となる。但し、 $k=\omega/c$  (rad/m)、 $j_n(x)$ は第1種

球Bessel関数、 $P_n(x)$ はLegendre関数、 $h_n^{(2)}(x)$ は第2種球Hankel関数である。

### 1.2 軟球による散乱波<sup>3)</sup>

軟球による散乱音場も同様に、軟球表面で音圧が零となる境界条件：

$$(H_i + H_s) |_{r=a} = 0 \quad (5)$$

から、散乱波は、

$$H_s(\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} (-i)^n (2n+1) P_n(\cos \theta) \frac{j_n(ka)}{h_n^{(2)}(ka)} h_n^{(2)}(kr) \quad (6)$$

となる。

散乱音場において観測される信号 $H_r(\omega)$ は入射平面波と散乱波の和となり、

$$H_r(\omega) = H_i(\omega) + H_s(\omega) \quad (7)$$

と表せる。Morseは球体より十分遠方で観測された散乱波の散乱断面積 $Q$ を、

$$Q = \frac{4\pi}{k^2} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) |a_n|^2, \quad (\text{m}^2) \quad (8)$$

で近似している<sup>1, 3)</sup>。ただし、 $a_n$ は散乱波の位相項でそれぞれ、

$$a_n = \frac{j_n'(ka)}{h_n^{(2)'}(ka)}, \quad (\text{Hard sphere}) \quad (9)$$

$$a_n = \frac{j_n(ka)}{h_n^{(2)}(ka)}, \quad (\text{Soft sphere}) \quad (10)$$

となる。(8)式は、散乱波の位相特性からエネルギー流が求められていることを示す。すなわち、球体より遠方では散乱波は最小位相特性を有することが推測される。そこで本報告ではこれを数値的に実証する。

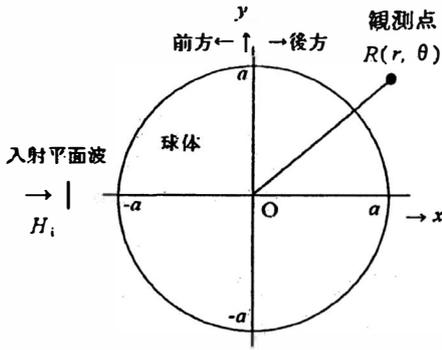


図1 球体と散乱音場の観測座標系

## 2. 球体による散乱波

本報告で述べる球体散乱波の解析は、球体半径  $a=0.25$  (m)、級数の打ち切り次数を最高5000とした球体近傍の計算機実験によるものである。

### 2.1 散乱波の周波数特性

図2は球体中心0から観測距離  $r=0.25$  (m) (球体表面),  $r=0.50$  (m) の各観測角度  $\theta$  (15度毎) における散乱波の周波数特性である。いずれも球体後方 ( $0 \leq \theta < 90$ ) に回り込むにつれ振幅特性に大きな谷が形成される。

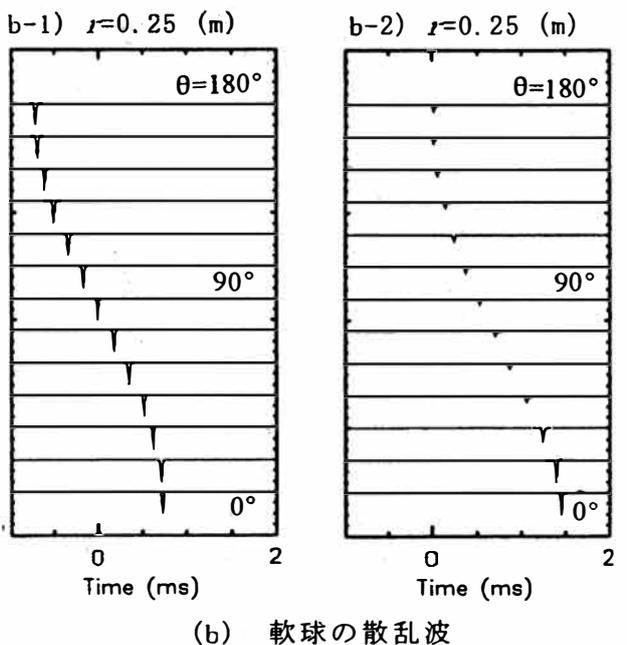
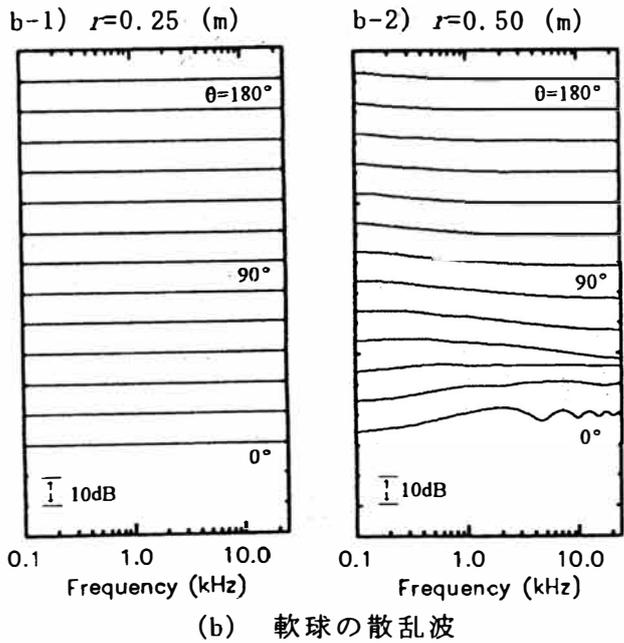
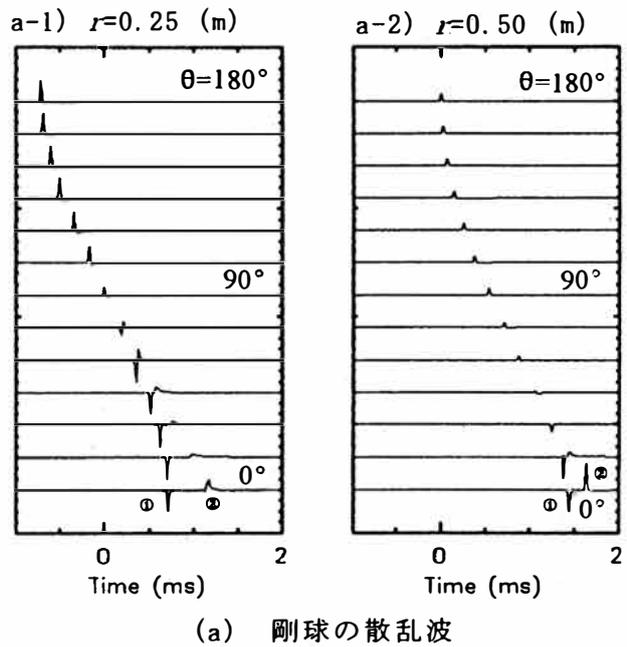
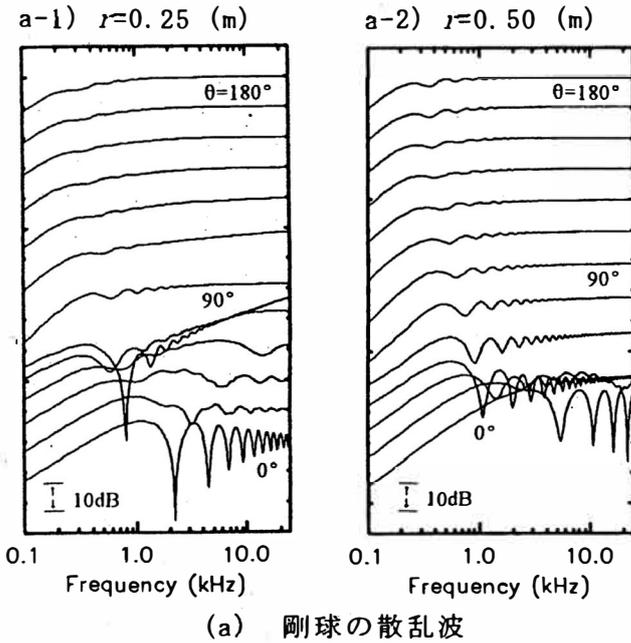


図2 球体散乱波の周波数特性

図3 球体散乱波のインパルス応答

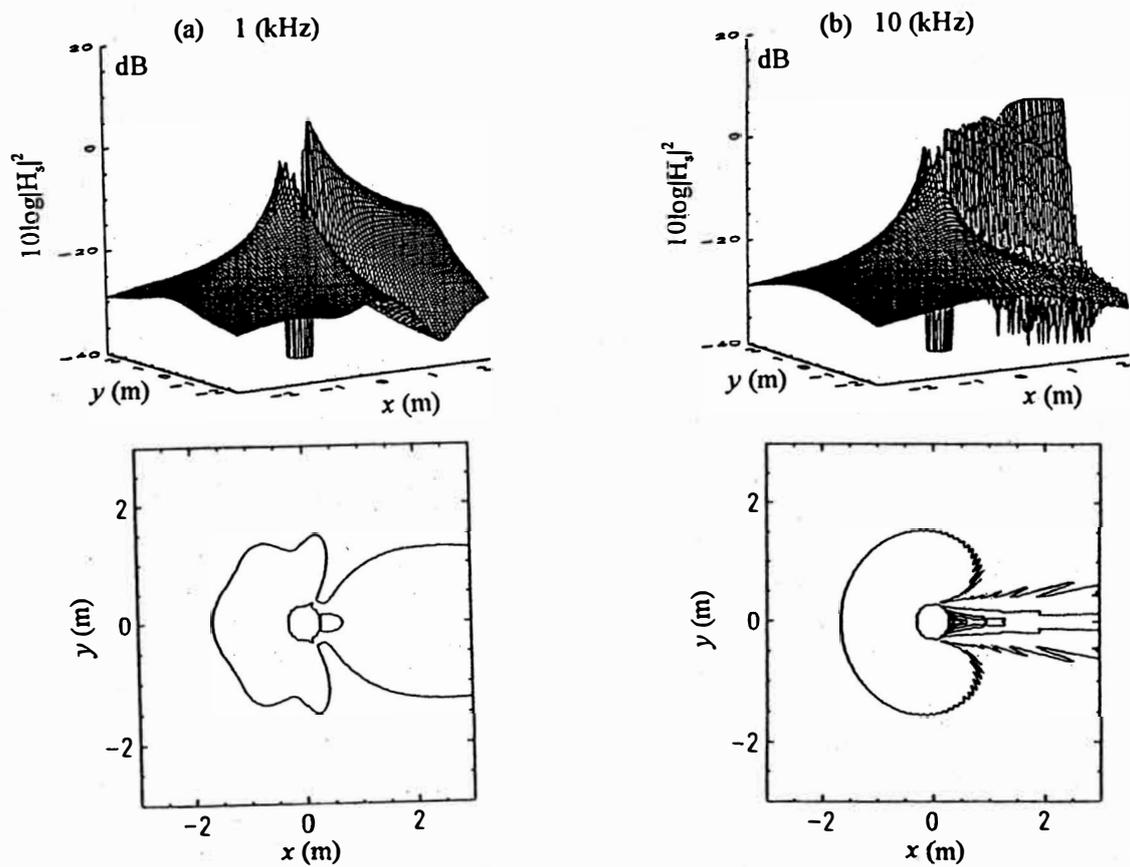


図4 剛球散乱波の指向特性

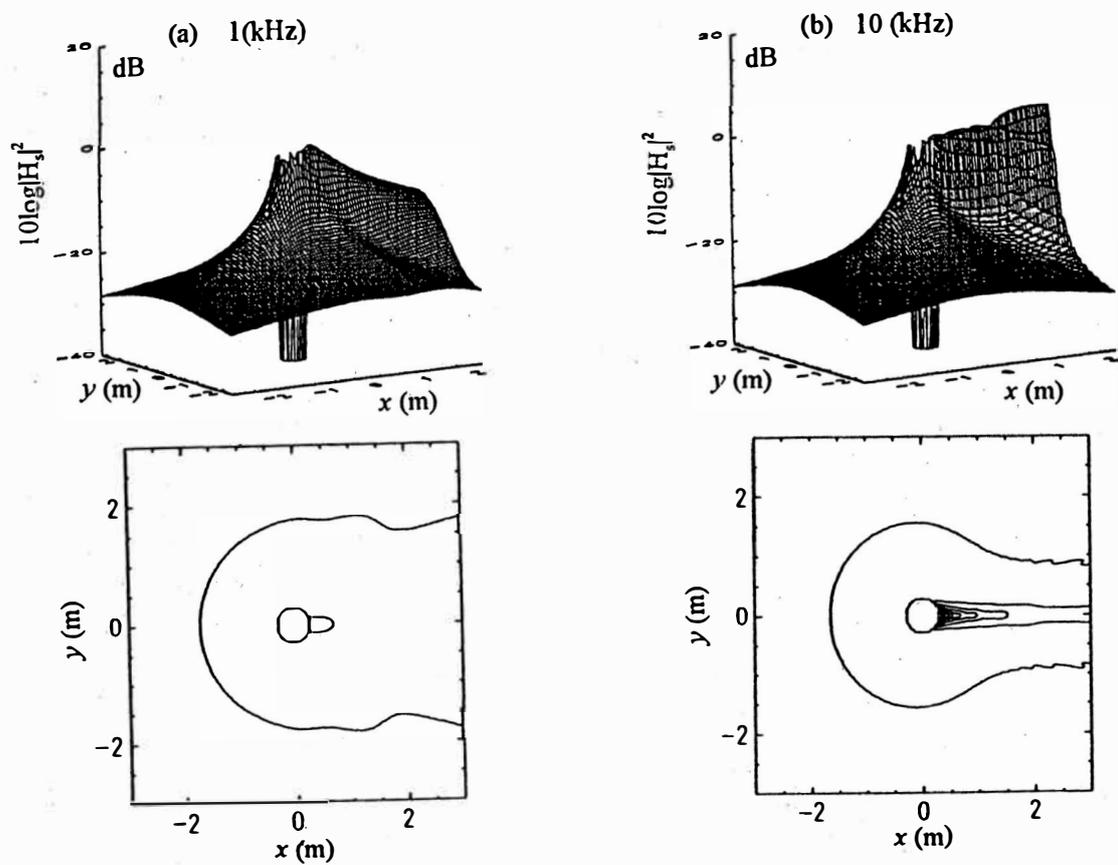


図5 軟球散乱波の指向特性

## 2.2 散乱波の時間構造

図3は図2の散乱波周波数特性 $H_s(\omega)$ を時間領域に変換した時間波形 $h_s(t)$

$$h_s(t) = \mathcal{F}^{-1}\{H_s(\omega)\} \quad (11)$$

である。球体後方で徐々に分離された波形は、直達波を打ち消す成分①と球体の回り込み現象によって生じた成分②であることが時間差より計算される。

## 2.3 散乱波の指向特性

図4は入射平面波の測定周波数を1(kHz), 10(kHz)とした剛球散乱波の指向特性図である。図5は同様に軟球散乱体の指向分布である。

## 3. 散乱波の最小位相成分の評価

散乱波の最小位相特性を評価するため、散乱波 $H_s(\omega)$ から非最小位相成分 $H_{s,p}(\omega)$ を抽出し、all-pass成分の $\delta$ -関数からのバラツキのエネルギーによって評価する。

散乱波 $H_s(\omega)$ は、最小位相成分 $H_{s,i,n}(\omega)$ と非最小位相成分 $H_{s,p}(\omega)$ に分離して表すと、

$$H_s(\omega) = H_{s,p}(\omega)H_{s,i,n}(\omega) \\ = |H_{s,i,n}(\omega)|e^{-j(\theta_{s,i,n}(\omega) + \theta_{s,p}(\omega))}, \quad |H_{s,p}(\omega)| = 1 \quad (12)$$

のように書ける。all-pass成分は、散乱波が最小位相特性を有するならば時間領域で遅延のみを含む大きさ1の $\delta$ -関数となる。そこで、散乱波より抽出された非最小位相成分とこの遅延を含む大きさ1のデルタ関数を引き去ったのち2乗積分することによって、位相特性の評価指標

$$v = \min_{k=0,1,2,\dots,N} \left[ \sum_{n=0}^N h_{s,p}(n) - \delta(k) \right]^2, \\ \sum_{n=0}^N h_{s,p}(n)^2 = \sum_{n=0}^N \delta(n)^2 = 1 \quad (13)$$

とする。この指標 $v$ は散乱波が最小位相信号である場合は零となり、一般に $v$ は $0 \leq v < 2$ となる。

### 3.1 剛球散乱波の非最小位相成分

図6は(13)式による剛球散乱波の非最小位相成分のバラツキを図示したものである。球

体前方では、散乱波が最小位相特性を有する( $v=0$ )。図7は、観測距離 $r$ に対し角度 $\theta$ 毎に切り出した例である。散乱波は球体前方では最小位相信号であり、球体後方でも球体中心より十分遠方になるにつれて、散乱波は最小位相特性を有することがわかる。

### 3.2 軟球散乱波の非最小位相成分

図8は図6と同様に、軟球による散乱波の $v$ を示したものである。散乱音場の全域にて散乱波が最小位相特性を有する。

## おわりに

本報告では、散乱音場の理論解の一例として、剛球、軟球による散乱音場解を波動方程式より求め、散乱体近傍の散乱波の位相特性を数値的に解析した。軟球による散乱音場では散乱波が観測点によらず最小位相特性を有することを明らかにした。剛球による散乱波も入射平面波に対し球体前方では最小位相特性を有することがわかった。球体後方では、球体近傍で非最小位相信号となるが、遠方になるにつれ最小位相特性に漸近していることを示した。これら剛球、軟球の両散乱音場の結果より、散乱体の回折現象によって生じる散乱波は、球体近傍の後方の一部を除いてほぼ最小位相特性となる。本研究に際し、近距離音場計算について有意義な御討論を頂いた、東京工芸大学教授杉山精先生に謝意を表す。

## 参考文献

- 1) P. M. Morse and H. Feshbach, "Methods of Theoretical Physics", McGRAW-HILL BOOK, pp. 1064-1106 (1953)
- 2) P. M. Morse, "Vibration and Sound", McGRAW-HILL BOOK, pp. 346-360 (1948)
- 3) D. L. Sengupta et al, "Electromagnetic and Acoustic Scattering by Simple Shapes", Hemisphere Publishing, pp. 353-415 (1986)
- 4) 伊藤毅, "音響工学原論 上巻", コロナ社, pp. 254-257 (1955)
- 5) 早坂寿雄, "技術者のための音響工学", 丸善, pp. 211-213 (1986)

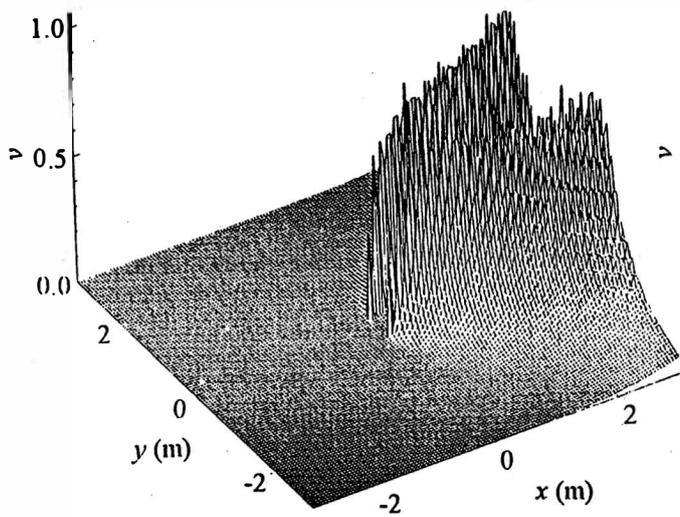


図6 剛球散乱波の非最小位相指標  $\nu$  ((13)式による)

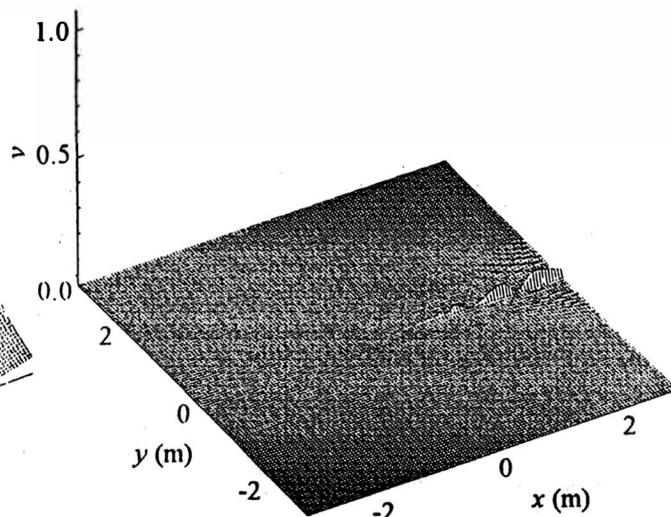
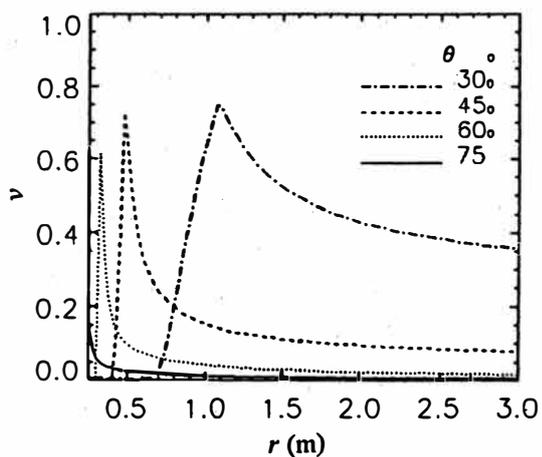
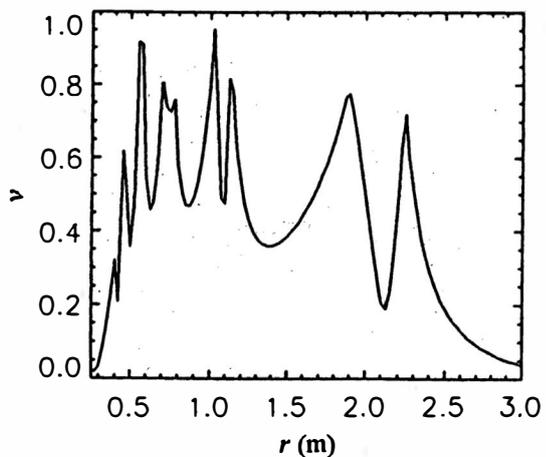


図8 軟球散乱波の  $\nu$



(a) 剛球後方 ( $\theta=30, 45, 60, 75$ 度)



(b) 剛球真後ろ ( $\theta=0$ 度)

図7 剛球散乱波の角度別の  $\nu$  の例