Garbage Game と排除費用について

中　山　幹　夫

都市におけるゴミ処理問題は，たとえば，「ゴミ戦争」，「地域エゴ」あるいは「住民パワー」等の言葉に象徴されるように特有の困難を含んでいる。問題をとくに家庭廃棄物の処理に限るとすれば，[(1)] この困難はまさに『誰がネコの首に鈴をつけるか』という問題を提起することと同等である。当該地域のどこかに処理場を建設しなければならないとすると，この問題にはすべての住民がそうなることを望むという意味での解決は一般にあり得ないであろう。

東京都の美濃部知事は，かって，「各区のゴミは各区内で処理する」という提案を行なったことがある。この考え方は，ゴミ戦争の発端が東京都で発生するほとんどのゴミの流入地点である江東区の「造反」にあることを考えれば，むしろ自然な発想である。経済学的には，ゴミ処理にともなう外部不経済をも含めた費用はその処理によって恩恵を受ける地区内で負担する，という意味で通常の市場経済の論理に近いものである。

われわれのここでの目的は，この「自分のゴミは自分で始末する」という提案の実行可能性を検討することではなく，ゴミ処理問題にともなう社会的困難のひとつの基本的構造のなかで，上述の提案はどんな意味をもっているかということを明確にすることである。上に述べたような，外部効果の内部化という可能性は，一般にその外部効果の受け手を制限することがどの程度可能かということに依存する。すなわち，排除の可能性である。江東区の「造反」は排除が決して不可能ではないことを意味する。このような排除の可能性のもとで，

(1)　言うまでもなく，この限定は現実的でないが，ここで分析しようとする問題の困難を論理的により鮮明にさせるには必要である。

われわれは最終的に，「自分のゴミは自分で始末する」というルールが，処理に対する「社会的不満」の最大値を最小化するということを示す。この最大不満の最小化という概念はゲーム理論におけるひとつの解である「仁」の概念である[(2)]。また，上述のルールによる処理は競争均衡で達成されるということも示すことができる[(3)]。こうしてわれわれは，上述の自己完結的なゴミ処理は，最大不満の最小化にみちびくものであり，また，ある適当な価格システムが有効に機能するならば各主体の私的最大化という動機にも合致するものであることを論ずる。

Garbage Game

われわれは以下に２つのゲームを考察する。第１のものは，Shapley と Shubik[(4)] が外部性の存在のもとでコアが存在するか否かについて考察したときに用いたモデルで，各主体は他の主体が，たとえば自分の庭にゴミを捨てに来るのを防ぐことはできないという排除不可能性の仮定がおかれている。これに対し，われわれは第２のゲームである条件にしたがう排除費用を導入する。すなわち，どの主体も自由に提携を組んである費用をかければ，提携外からのゴミの流入を防ぐことができると仮定する。ここで次の点に言及しておくべきであろう。いずれのモデルにおいても各主体（東京都の例ではたとえば各区）は自由に他の主体と提携することができると仮定されている。このことは，地理的に遠く離れた２主体については強すぎる仮定である。このような場合，この提携は許容されないと考え，可能な提携のリストからは除外しておくべきであ

(2) Schmeidler, D., "The Nucleolus of a Characteristic Function Game," SIAM J. Appl. Math. 17, (1969), 1163—1170. また，この概念の公正の原理としての意味については，鈴木光男，『交渉の論理と公正の原理』経済評論（1974），1〜5月号，参照。

(3) この指摘は，Starrett, D. A., "A Note on Externalities and the Core," Econometrica 41, (1973), 179—183. におけるものと同じである。

(4) Shapley, L. S., and M. Shubik, "On the Core of an Economic System with Externalities," Amer. Econ. Rev. 59 (1969), 678 —684.

ろう。しかし，後に判明するように，分析にあたって決定的な役割を果たすのは，１主体のみからなる提携と１主体のみを除外した提携であるので，記述上の便宜から上述のような提携を許容されないものとしてあえて区別はしないことにする。

さて，$N=\{1,2,\cdots,n\}$ を主体の全体とする。任意の部分集合 $S\subseteqq N$ を提携とよぶ。空集合も形式的に提携と考えておく。各主体 $i\in S$ は t_i 単位の処理すべきゴミをもっている。ここで簡単のため t_i は連続量（実数）であるとする。排除が不可能であるという仮定によって，任意の提携 S は提携外 *i. e.*, $N-S$ から S 内へのゴミの投棄を防ぐことはできない。そのかわり，S もまた $N-S$ 内へ自己のゴミを投棄することができる。ここで t 単位のゴミを「保有」する効用を $-t$ とすると，このような投棄による「ゴミ処理」が行なわれる状況は次のように記述することができる。

〈ゲームⅠ〉

$$v(S)=-\sum_{j\in N-S}t_j \qquad if\ S\subsetneqq N,$$
$$=-\sum_{i\in S}t_i \qquad if\ S=N.$$

N全体では合計 $\sum_{i\in N}t_i$ 単位のゴミをN内のどこかで処理しなければならない。$v(\{i\})=-\sum_{j\in N}t_j+t_i$，$v(N-\{i\})=-t_i$ であるから，このゲームは結局自分以外のすべてのゴミを背負うことにならないように競って大多数の側につくという各主体の行動を反映している。東京都のゴミ戦争では，$v(\text{江東区})=-\sum_{i\in N}t_i$ となっていたわけである。

ここで，自分のゴミは自分で始末するという処理法による結果は，次のような配分 x^*,[5]

$$x^*=(x_1^*,\cdots,x_n^*),\ x_i^*=-t_i\ for\ all\ i\in N,$$

であらわすことができる。この x^* が競争均衡を意味していることは次のよう

(5) $x_i\geqq v(\{i\})$ *for all* $i\in N$, および $\sum_{i\in N}x_i=v(N)$ をみたすベクトル $x=(x_1,\cdots,x_n)$ を配分という。

にしてわかる。いま，ゴミ1単位の投棄に対し，どの主体も1の価格（効用で測って）を支払わなければならないと仮定する。この価格のもとで効用 u_i の最大化を行なうとすれば，任意の $i \in N$ について，

$$\max_{0 \leqq \bar{t}_i \leqq t_i} u_i(t_i - \bar{t}_i) - 1 \cdot \bar{t}_i = -t_i = x_i^*$$

となる。ゲームIの状況では，しかし，このような価格システムが有効に機能しえないことは明らかである。[6] 何故なら，ゴミの投棄を監視し対価を徴収するということの可能性は仮定によって除外されているからである。

次に以下のようにして排除費用を導入しよう。条件AおよびBをみたす関数 $C(S): 2^N \to E$ を排除費用（exclusion costs）とよぶことにする。ただし，$C(S)$ の値は効用の単位で測られているとする。

A:　$C(N)=0$

B:　$C(S) \leqq C(R)$ if $S \supseteqq R$

条件Aは，排除すべき対象が存在しなければ費用はかからないことを述べているにすぎない。条件Bは，排除すべき対象の規模の増大にしたがって排除費用は上昇することがあるということを意味している。

このように排除の可能性を導入すると，ゲームIは次のように修正される。

〈ゲームII〉

$$v(S) = -\sum_{i \in S} t_i - C(S) \quad for\ all\ S \subseteqq N.$$

すなわち，どの提携 S も外からのゴミの流入を費用 $C(S)$ をかけて防ぐことができる。同時に S 内のゴミは外へ投棄することができず S 内で処理しなければならない。というのは，S もまた $N-S$ によって排除されるからである。

さて，ゲームIIはコアを持つ。このことは配分 $x^* = (x_1^*, \cdots, x_n^*), x_i^* = -t_i$ $for\ all\ i \in N$ に対し，

$$\sum_{i \in S} x_i^* \geqq v(S) \qquad for\ all\ S \subseteqq N$$

(6)　このことはまた，ゲームIがコアをもたないことにも関連している。

がみたされることから知ることができる。つまり，自分のゴミは自分で処理するというルールによる配分はコアの意味で安定である。[7] また，x^* は既述の競争均衡でもあるから，1単位のゴミの投棄に1効用単位の対価を支払うという価格システムは安定な配分 x^* を実現することがわかる。ここで次のことに注意しよう。配分 x^* は上述の競争均衡で達成されるが，この価格システムとは無関係な安定な配分も一般に存在する。何故なら，条件AおよびBのもとでは一般にコアは x^* 以外の多くの配分を含むことが容易に確かめられるからである。したがって，このような価格システムによらないでゲームⅡで記述されるゴミ処理を考えるとすると，自分のゴミは自分で始末するというルールは確立しないかも知れない。しかし，以下にみるように，この自己完結的なルールにみちびくような「原理」は，実際，存在する。それは，冒頭で述べた「仁」の概念である。

いま，任意の配分 $x=(x_1, \cdots, x_n)$ に対し，

(*)　$v(S)-\sum_{i \in S} x_i$

を，x に対する提携 S の「不満」(complaint) とよぶ。この値が大きければ大きいほど，提携 S は，獲得できると期待する値 $v(S)$ と実際に獲得する値 $\sum_{i \in S} x_i$ の差が大きくなって，配分 x に対する不満が大きくなる。不満というのはこのような意味である。さて，配分 x が与えられたとき，それぞれの提携は (*) で定義される不満をもつが，これらの不満のうち，最も大きい不満に注目する。この不満の最大値ができるだけ小さくなるように配分を選ぶというのが仁の概念の意味である。[8] 仁はつねに存在し，また通常のゲームでは一意であるこ

(7)　コアの意味の安定性については，たとえば，鈴木光男，中村健二郎共著，『社会システム』共立出版，1976　第2章参照。

(8)　正確には仁は次のように定義される。配分 x に対して，次の 2^n 次元ベクトル

$$\theta(x)=(\theta_1(x), \cdots, \theta_{2^n}(x)),$$

ここに，$\theta_1(x) \geqq \theta_2(x) \geqq \cdots \geqq \theta_{2^n}(x)$

$$\theta_i(x)=v(S_i)-\sum_{j \in S_i} x_j, \ for\ all\ S_i \in 2^N,$$

を考える。辞書的順序で $\theta(x) \leqq \theta(y)$ であるとき x は y より少なくとも同程度に受

とが証明されている。[9]

ゲームⅡの仁を求めるため，ここで，排除費用として次の仮定をみたす$C(S)$を考えよう。

(**)　$C(N-\{i\})=c>0$　　*for all* $i \in N$.

この仮定は，提携 $N-\{i\}$ の排除費用，つまり１人の主体のゴミの投棄を防ぐ費用は一定であることを述べている。(**) のかわりに，$C(S)=c\cdot|N-S|$ ($|R|$ は R の人数) と仮定してもよい。この仮定のもとで次のことが証明される。すなわち，**ゲームⅡにおいて，仁は，自分のゴミは自分で処理する，というルールをみちびく**。云いかえれば，ゲームⅡの仁は，配分 $x^*=(x_1^*, \cdots, x_n^*)$，$x_i^*=-t_i$ *for all* $i \in N$，で与えられる。これを証明するために，まず，

$F=2^N-\{N\}-\{0\}$，0 は空集合

とする。このとき，条件A，Bおよび仮定 (**) より，

$$\begin{aligned}\max_{S \in F}\ (v(S)-\sum_{i \in S} x_i^*) &= \max_{S \in F}\ (-\sum_{i \in S} t_i - C(S) + \sum_{i \in S} t_i) \\ &= \max_{S \in F}\ (-C(S)) \\ &\leqq -c\end{aligned}$$

ところが，x を $x \neq x^*$ なる任意の配分とすると，$x_i^*<x_i$ なる i が存在するからこの i について，

$$\begin{aligned}v(N-\{i\})-\sum_{j \in N-\{i\}} x_j &= v(N-\{i\})-v(N)+x_i \\ &> v(N-\{i\})-v(N)+x_i^* \\ &= -C(N-\{i\}) \\ &= -c\end{aligned}$$

つまり，任意の $x \neq x^*$ なる配分に対し

$$\max_{S \in F}\ (v(S)-\sum_{i \in S} x_i) > \max_{S \in F}\ (v(S)-\sum_{i \in S} x_i^*)$$

であるから，x^* は他のどの配分よりも受容される（脚注(8)参照)。

容される，という。仁は，すべての配分より少なくとも同程度に受容される配分である。

(9) Schmeidler, op. cit.

したがって，ゲームⅡにおいて以上のような最大不満の最小化の論理のもとで各主体がゴミ処理の分担について話し合いを進めてゆくとすれば，最終的に自分のゴミは自分で処理するという結果に到達する。ゲームⅡにおいてはすべての主体が協力すること，云いかえれば，互いにゴミの投棄を行なわないことがどの主体にとっても費用をかけて投棄を防ぐことより有利となるのである。これに対し，ゲームⅠにおいては，全体が協力することではなく，任意の1主体を全体から除外することが最も大きな利得を生むわけであるから，いかなるゴミ処理の分担も安定な結果をみちびかない。このように，排除の可能性如何によって，コンフリクトの構造は大きく変化する。ちなみに，ゲームⅠの仁は次のような配分 $\bar{x}$ で与えられる。[10]

$$\bar{x}=(\bar{x}_i, \cdots, \bar{x}_n), \bar{x}_i=-\frac{1}{n}T+\left(t_i-\frac{1}{n}T\right), \text{ for all } i\in N$$

ここに，$T=\sum_{i\in N} t_i$ である。つまり，もし，ゲームⅠのような状況で最大不満の最小化の論理のもとでゴミ処理の分担が決定されたとしたら，結果は，ゴミの排出量が平均以上であるような主体にとって有利な分担方法が選ばれることになる。このことは，しかし，直観と矛盾するわけではなく，ゲームⅠでは任意の（$n-1$）人提携はゴミ排出量の大きい主体を多く含んでいた方がその提携にとって有利になることからの当然の帰結にすぎない。いずれにせよ，ゲームⅠのように排除が不可能である場合には，仁は特殊なケース，*i. e.*, $t_i=t$（一定，*for all* $i\in N$）のケースを除いて，自分のゴミは自分で処理するというルールにみちびくことはない。ゲームⅠでは，価格システムのみがそれを可能に

---

(10) 次のように証明される。x を $x \neq \bar{x}$ なる任意の配分とすると，ある $i\in N$ について $x_i>\bar{x}_i$. ゆえにこの i 対にし，

$$v(N-\{i\})-\sum_{j\in N-\{i\}} x_j=v(N-\{i\})+T+x_i>v(N-\{i\})+T+\bar{x}_i$$

$$=-t_i+T+\left(-\frac{1}{n}T+t_i-\frac{1}{n}T\right)=2\left(\frac{n-1}{n}\right)T-T$$

$$=\max_{S\in F}\left(\frac{2|s|}{n}T-T\right)=\max_{S\in F}\left(v(S)-\sum_{i\in S}\bar{x}_i\right). \qquad Q.E.D.$$

するが，それはすでに述べたようにゴミの「取り引き」を可能にするための有効な監視体制の存在を必要条件とする。このことは，排除の可能性を確立することにほかならないのである。