分配理論としての巨視的限界生産力説 (1)*

小 原 久 治

I はじめに

この小論は，巨視的限界生産力説が所得分配問題を分配理論的に解明するためにどのような理論的貢献をしているか，について考察することを目的としている。

限界生産力説（Grenzproduktivitätstheorie, Marginal Productivity Doctrine）には，他の諸理論と同様に，その理論的発展の系譜が存在している。この系譜については重要な論点に十分に留意しながら簡略に触れている。(1)

限界生産力説は，微視的限界生産力説と巨視的限界生産力説に大別されるが，(2) 小論では，巨視的限界生産力説は限界生産力説の微視的考察(3)から導かれる

＊この小論は，富山大学経済学会定例研究報告会（昭和52年１月29日）において報告した要旨にもとづいている。席上，諸先生方から有益なコメントをいただきましたことを感謝いたします。３年ゼミナールの諸君にはお世話になりました。小論に誤りがあれば，それはすべて小生に帰します。

(1) この点は紙幅の関係上小論全体の最後に素描するつもりである。

(2) Krelle, W., *Verteilungstheorie*, 1962, ss. 50—52. Preiser も Stigler も Krelle と同様な類別を示している。Preiser, E., „Erkenntniswert und Grenzen der Grenzproduktivitätstheorie“, *Schweizerische Zeitschrift für Volkswirtschaft und Statistik*, Bd. 89, 1953, ss. 268—270. Stigler, G. J., *Production and Distribution Theories*, 1946, p. 38；松浦　保訳，『生産と分配の理論』，昭和26年，42頁。

(3) 微視的限界生産力説の説明をその前提だけに留めれば，次のように要約することができる。1.　経済は定常的である。すなわち．効用観，要素供給（労働の質と資本集約度は考察期間では不変である。），生産函数はいずれも変化しない。生産函数では技術進歩は除外されている。2.　代替的な生産函数は同次性と要素の恒常的可分性の仮定

と考えて巨視的限界生産力説を吟味し，批判的に検討する。

この場合，まず最初に，巨視的限界生産力説の概念と接近方法ないしは分析方法に関するさまざまな分析を吟味し，検討しなければならない。この分析を吟味するのに必要な最も重要な基準は何であろうか。それはいわゆる「集計理論」である。そこで，この集計理論を用いて微視的諸関係と巨視的諸関係との相互関係について検討しなければならない。しかし，この相互関係を明らかにした諸研究から導き出された集計法則が必然的に用いられているか否か，あるいは，巨視的諸関係が本来の接近方法として経験科学的な理論の形成に役立つことができるか否か，という問題には論争があるであろう。この問題について一般的な解答を提示することはできないから，小論では，この問題領域をもっぱらすべての微視的生産函数を唯一の巨視的生産函数へ移行させるという問題に置き換えて扱っている。この扱い方を巨視的限界生産力説の一般的な接近方法とみなして検討する必要がある。この接近方法にもとづいた巨視的生産函数は，どのような前提条件の下で成立し，どのような特色をもっているか，どのような主張をなすのか，などについて吟味し，さらに，巨視的限界生産力説における所得分配の決定要因は何か，集計的な微視的限界生産力説の需要の弾力性や代替の弾力性という概念が巨視的限界生産力説においてどのような分配理論的な役割を果たすのか，などについて検討しなければならない。

巨視的限界生産力説の本質的な構成要因は，巨視的生産函数である。この函数には巨視的限界生産力説の前提を明らかにすることのできる１つの分析方法が示されている。この意味において，この分析方法を明らかにし，従って，巨視的限界生産力説の基本構造を明らかにするためには，一般的な形式で示される巨視的生産函数の基本構造とならんで Cobb–Douglas 生産函数の基本構造と

の下で存在する。3.　競争は完全競争である。4.　資本家の目的設定は利潤極大である。5.　資本家の目的設定には，収穫逓減の仮定を通じて利潤極大の存在することが必要である。微視的限界生産力説の性質，特色，主張点などについては，多くの文献で吟味され，検討されている。

この函数を拡張させたＣＥＳ生産函数とその他の生産函数の基本構造を明らかにしなければならない。

巨視的限界生産力説は，さらに，生産要素の相対的分け前の変化および生産要素の限界生産力（ないしは価格）比率の変化に対して決定的な影響を与える技術進歩の意義についても検討しなければならない。

さらにまた，巨視的限界生産力説の重要な認識，分析方法，理論構造などに関連してこの説の最も重要な主張点は何か，その分配理論的含意は何か，その限界は何か，についても検討しなければならない。

小論の構成は，次の通りである。第Ⅰ節の問題意識に次いで，第Ⅱ節では，限界生産力説の巨視的解釈を示している。第Ⅲ節で明らかにすることは，巨視的限界生産力説の一般的な接近方法である。限界生産力説の巨視的考察の条件としての巨視的生産函数の前提と性質，この函数の特色，その説における分配決定要因，需要の弾力性および代替の弾力性について吟味する。第Ⅳ節では，巨視的限界生産力説の基本構造をさらに明確にするために，Cobb–Douglas 生産函数とＣＥＳ生産函数を中心として吟味し，検討する。第Ⅴ節では，巨視的限界生産力説に対する技術進歩の意義を明らかにする。第Ⅵ節では，巨視的限界生産力説の前提，理論構造および結論について批判的に検討する。最後の節では，巨視的限界生産力説の最も重要な主張点と分配理論的含意を要約し，前節までに得られた小論の結論を示し，その際に生じた問題点を示している。

Ⅱ　限界生産力説の巨視的解釈

小論では微視的限界生産力説ではなくて巨視的限界生産力説を取り上げるから，１つの分配理論である限界生産力説は巨視的観点からみてどのように解釈することができるであろうか。この場合，ケインズ派分配理論の場合と対比させながら解釈するのも１つの方法である。[(4)] このような対比の仕方はこれまでに

(4)　拙稿，「巨視的分配理論の基本構造」，『富大経済論集』，第22巻，第１号，1976年７

説明されていないが，分配理論の理論的発展の系譜において，限界生産力説とケインズ派分配理論は，分配理論的議論においても分配政策的議論においてもその重要性が極めて高いから，その両者を対比させてもよいと考える。

限界生産力説の巨視的解釈は，少なくとも次の2つの点で示すことができる。

第1に，巨視的限界生産力説は要素価格を説明するものである。これに対して，ケインズ派分配理論は所得分配率の決定要因を問題にするものである。

第2に，巨視的限界生産力説は所得の機能的分配を指向したものであるが，ケインズ派分配理論は所得の機能的分配のみならず所得の人的分配も問題にする。(5) 巨視的限界生産力説は総所得を生産要素の資本，労働，土地などに分配するのに対して，ケインズ派分配理論は，それが資本家階級と労働者階級の存在する2階級モデルであれば，国民所得が資本家階級と労働者階級との間にどのように分配されるかという所得の人的分配と国民所得が利潤所得と賃金所得との間にどのように分配されるかという所得の機能的分配を問題にする。

月，26—52頁；同，「ケインズ派分配・成長理論における安定メカニズム」，『富大経済論集』，第21巻，第3号，1976年3月，1—36頁；同，「新古典派分配論とケインズ派分配論の綜合化の可能性」，『富大経済論集』，第19巻，第2号，1973年11月，1—22頁；同，「所得分配の分析方法について」，『富大経済論集』，第19巻，第3号，1974年3月，161—181頁。この最後の拙稿は，限界生産力説とケインズ派分配理論の2つの分析方法を対比させ，接合ないしは綜合化した分配モデルを構成して，分配問題の1つの解明を試みている。

(5) ケインズ派分配理論においてはじめて資本家階級と労働者階級との間の所得の人的分配を明らかにしたのは，L. L. Pasinetti である。Pasinetti 分配理論については，拙稿に引用しているように多くの批判，反批判が提示されている。Pasinetti, L. L., "Rate of Profit and Income Distribution in Relation to the Rate of Economic Growth", *Review of Economic Studies*, Vol. 29, pp. 267—279. 拙稿，「分配政策形成のための理論的基礎づけ——L. L. Pasinetti 分配理論の検討——」，『富大経済論集』，第18巻，第3号，1973年3月，21—47頁。

Ⅲ　巨視的限界生産力説の一般的な接近方法

1．限界生産力説の巨視的考察の条件——巨視的生産函数の前提と性質

巨視的限界生産力説の一般的な接近方法を考察するにあたって，限界生産力説の巨視的考察の条件として巨視的限界生産力説の最も重要な構成要素である巨視的生産函数の前提と性質がどのようなものであるかについて，まず最初に，吟味し，検討しなければならない。この場合，問題意識の枠内の本質的な方法論的見解に限定する必要がある。

その検討を行なうためには，一般に考えられているように，巨視的生産函数が事後的な行動方程式および技術的関係であるとみなされるか否かについて検討しなければならない。さらに，その技術的関係に用いられた経済諸量が内生変数を説明するのに十分であるか否か，あるいは，理論の構成要素である論理的不一致をもたらせる仮定，ことに他の事情が不変であればという仮定が存在するか否か，について検討しなければならない。

巨視的分析方法では，まず第1に，巨視的諸関係が微視的諸関係にもとづいているか否かについて，また，どのような集計過程によって巨視的諸関係と微視的諸関係が相互に結びついているか，について考察しなければならない。第2に，巨視的諸関係が微視的諸関係から導くことができない場合には，それ以外の方法が巨視的諸関係を得るために必須であるか否か，という問題が生じてくる。

このような微視的諸関係と巨視的諸関係との関連性を検討するためには，いわゆる集計理論の結論が引き合いに出されることが多い。この集計理論はどのような条件が満たされなければならないかを示している。従って，微視的函数と巨視的函数が矛盾しない場合を除けば，集計理論は微視的函数を量的に集計して唯一の巨視的函数を得ることができるであろうことを示している。[(6)]

(6)　Green, H. H., *Aggregation in Economic Analysis*, 1964, pp. 10—12, p. 40, pp. 42—44.

集計理論の結論を巨視的限界生産力説の仮定の下で巨視的生産函数に適用することは，少なくとも次の二様のことを意味している。

1つは巨視的諸変数と微視的諸変数とが矛盾しない集計は，巨視的諸変数がこれに相応する微視的諸変数を集計して形成される場合に成り立つことを意味する。(7) この集計は，微視的な要素投入量とすべての生産物に対する生産の弾力性とが同一の値である場合に限って成立することができる。しかし，このようなすべての微視的生産函数の生産の弾力性が同一の値であることを認める仮定は，現状では必ずしも厳密に考察されているとは限らない。

もう1つは，その仮定を認めない場合には，微視的諸変数と巨視的諸変数とが矛盾しない集計は，諸変数の重要度を考慮し，その階序をつける方法にもとづいて成り立つことができる。この場合には，幾何平均が用いられなければならないし，その重要度をあらわす指標としては一般に生産の弾力性が用いられている。(8) どのような集計方法や指標が用いられるにしても，諸変数の重要度の

(7) この意味の集計問題を扱っているのは，例えば，A. A. Walters, M. Bronfenbrenner である。 Walters, A. A., "Production and Cost Functions : An Econometric Survey", *Econometrica*, Vol. 31, 1963, pp. 1—66. 「生産関係のさまざまな表わし方のうちどれを選ぶかは広範な多くの条件に依存する。1つの重要な基準はモデルがある意味では微視的諸関係に相応する sensible aggregate relationships（意識的な集計的諸関係）を生じさせるということである。」(Walters, A. A., op. cit., p. 8.) Bronfenbrenner, M., "Neo-Classical Macro-Distribution Theory", in Marchal, J. and Ducros, B. (eds.), *The Distribution of National Income*, 1968, pp. 476—501.

(8) この意味の集計は，例えば，L. R. Klein, A. Nataf が扱っている。生産函数における一般的な集計問題の体系的論述をはじめて展開したのは，Klein である (Klein, L. R., "Macroeconomics and the Theory of Rational Behavior", *Econometrica*, Vol. 14, 1946, pp. 93—108.)。Klein は，集計的（厳密には，平均した）生産函数と微視的生産函数に類似した集計的な限界生産力関係を得るためには，「荷重幾何平均」をつくる必要があることを提示した。この「荷重」は個別企業に関する弾力性に比例する。そして，巨視的生産函数の弾力性は微視的生産函数の弾力性の荷重平均であると考えた。この場合の「荷重」は要素投入量に比例する。

Nataf は，形式的な集計理論を手際よく整理している。Nataf は，sensible aggre-

階序を示した体系においては，巨視的な要素投入量は微視的な要素投入量から得られる「荷重」生産物に相応する[9]。この生産物に含まれる巨視的な産出量は，一方では，所与の微視的生産函数の場合の要素投入量の函数であり，他方では，総所得が要素所得に分配されることを意味するものである。

このようにして形成された巨視的生産函数が経済的に無意味なものであることは，ここで詳論するまでもなく明らかなことである。

分配理論の文献では，巨視的な Cobb–Douglas 生産函数は微視的な Cobb–Douglas 生産函数から必然的に導くことができないことを明らかにしている[10]。ことばをかえていえば，この問題には集計法則が適用できかねることをあらわしている。

これに対して，生産理論の文献では巨視的生産函数は微視的生産函数の集計であるとみなす見解[11]が有力である。この見解は，分配理論の諸見解が一般に確証されるのに対して，極めて曖昧なものであると指摘せざるをえない。しかし，1つの例外がある。それは M. Bronfenbrenner の集計概念である。この概念は，巨視的限界生産力説が1つの分配理論であることを弁護するのに役立つものである。

Bronfenbrenner は，「Cobb–Douglas 函数，あるいは，集計的な生産函数は

---

gation に対して，生産函数は additively separable でなければならないことを証明した（この点は，Walters による。 Nataf, A., "Sur la Possibilité de Construction de certains Macromodeles", *Econometrica*, Vol. 16, 1950, pp. 205—221.）。

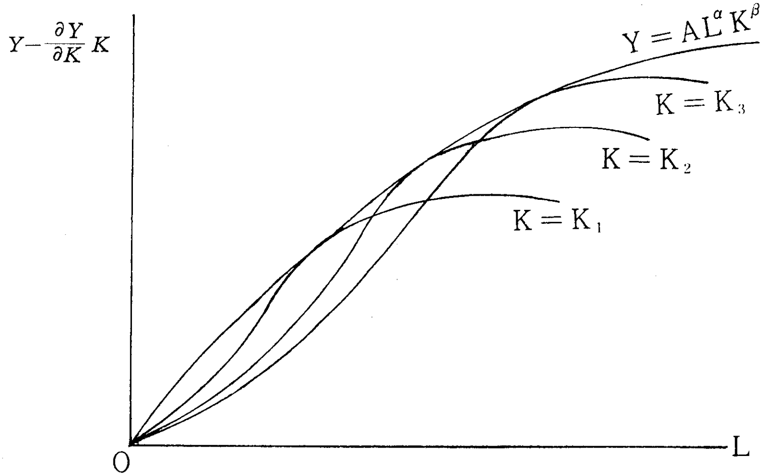
(9) Klein の幾何平均の使い方を理論的に説明するものは， additively separable であるが，巨視的な弾力性は微視的な弾力性の算術平均であるから，この点にはやはり根本的な困難さが生じる。Klein は適当な巨視的な弾力性を得るために「荷重平均」を計算した。この場合の「荷重」は産出量の価値に比例する。しかし，この計算方法は巨視的な投入量の測定が生産物の量に依存することを意味する。

Klein, L. R., op. cit., pp. 94—98.

(10) Bronfenbrenner, M., op. cit., pp. 483.

(11) Hildebrand, G. H. and Lui, T. -C., *Manufacturing Production Functions in the United States*, 1957, pp. 21—23.

大低の場合微視的諸函数の1つの包絡（*envelop*）〔線〕とみなされることは最も有用である。…巨視的函数と微視的函数とが同一の勾配をもつ均衡点で巨視的函数はすべての微視的函数に接する[12]」（〔 〕内は筆者。）から，巨視的生産函数はそのようなすべての接線の軌跡である。この接線の点でさえも，巨視的生産函数は比較的小さな曲率をもつから，この函数の弾力性は比較的大きい。このことを図解すれば，第1図で示される。Bronfenbrenner の図解[13]によれば，横軸は労働投入量Lであり，縦軸はL以外のすべての生産要素の純限界生産物$Y-\frac{\partial Y}{\partial K}K$ である。労働の限界生産物だけが企業間で一定であるとしても，巨視的生産函数はおそらく Cobb–Douglas 型の $Y=AL^{\alpha}K^{\beta}$ になるであろう。3つの微視的生産函数は，おそらく殆ど一定の資本量が異なる値を取るときの形状を描いたものである。



第 1 図

上述の均衡点では，第1図のような形状をもつ微視的生産函数はいずれも最適の要素投入量に対して成り立つ値を取らなければならない。この値を Bro–

(12) Bronfenbrenner, M., op. cit., p. 489.

(13) Bronfenbrenner, M., op. cit., p. 490.

nfenbrenner は限界生産力分析の他の仮定の下で資本量と労働投入量の２つの巨視的供給函数とすべての微視的生産函数から導いている。[14] このような微視的諸函数のいわゆる均衡点は，需要函数が導入されない限り，決定することができない。しかし，この問題点は認めがたいものであると Bronfenbrenner は考える。彼がこのように考えたのは微視的生産函数の産出量を名目量として把えたからである。[15]

そのような理由から，いま，Bronfenbrenner のモデルに需要函数を補充するならば，この場合に構成されるモデルは微視的分配理論に関連したモデルとなる。根本的には，Bronfenbrenner モデルの分析方法に対しては，労働投入量が微視的均衡の仮定にもとづいて存在する巨視的生産函数では極めて曖昧な要素投入量となっていることを指摘しなければならない。なぜならば，巨視的変数が変化するにつれて，微視的な経済諸量，すなわち，要素投入量の組合せや産出量の組合せの均衡値が変化し，従って，巨視的生産函数も変化するからである。

Bronfenbrenner の解釈も，Cobb–Douglas 型の巨視的生産函数にはいかなる微視経済的基礎も存在しないと考えている。従って，その巨視的生産函数には，巨視的な２つの要素投入量が存在しないと考えている。従って，その巨視的生産函数は，巨視的な２つの要素投入量が存在することを一般に認める限りでは，本来の巨視的関係であるとみなすことができる。しかし，この巨視的関係がもっている意義，すなわち，巨視的生産函数が技術的関係をもつか否かは疑問である。

理論規定（specification）の不完全な要素投入量と微視的諸関係から導くことのできない純社会的生産物との間には，どのような技術的関係が存在するであろうか。むしろ，巨視的生産函数は総生産物の総体的な決定諸要因を背後に

(14) Bronfenbrenner, M., "Production Function : Cobb–Douglas, Interfirm, Intrafirm", *Econometrica*, Vol. 12, 1944, pp. 35—44, especially pp. 36—38.

(15) Bronfenbrenner, M., op. cit., 1944, p. 37.

隠している巨視的な相互関係を示す函数であると仮定することができる。この相互関係を明らかにしなければ，巨視的生産函数が変化するか否か，また，どのようにして変化し，作用するか，について確かめることはできない。ただその場合，巨視的な生産過程における総生産物の総体的な決定諸要因が変化しなければ，巨視的生産函数も変化しないことだけが説明されるにすぎない。このような他の事情が不変であるという仮定が巨視的生産函数に導入された場合には，巨視的生産函数は経験的には無意味なものとなり，経験的反論から完全に護られたたんなる定義的関係として解釈されるものにすぎなくなる。[16]

以上のことから特に限界生産力説の理論構造において微視的考察から巨視的考察へ移行するためには，少なくとも次の３つの条件が必要である。

(1) 唯一の巨視的生産函数はすべての微視的生産函数を集計して得なければならない。このことはすべての微視的生産函数が一致し，矛盾しない場合にだけ可能である。

(2) 巨視的な生産過程において投入される生産要素は，微視的な生産要素を同次的に集計したものでなければならない。この場合，資本家階級と労働者階級が存在する巨視的な２階級モデルを取り上げるならば，これに対応して２つの生産要素の資本量と労働投入量とを区別することによってその意味の集計が可能であると思われる。

(3) 微視的な産出量の価格がすべて同一である場合，あるいは，ある唯一の生産物が存在すると仮定する場合に限り，微視的な諸産出量は巨視的な産出量へ移行することができる。

このような条件をみるだけでも，巨視的考察を微視的分析の集計として理解するためには，厳密な前提の存在することが必要である。この意味において，

---

(16) この問題領域，とりわけ，理論の構造と適用の仕方，理論とモデルとの関係などについて明らかにしている文献は，次のものである。 Albert, H., ,,Theorien in den Sozialwissenschaften", in Albert, H. (hrsg.), *Theorie und Realität*, 1964, ss. 3—25, insbesondere ss. 6—10.

巨視的生産函数は微視的限界生産力説に類似して発展し，微視的生産函数の集計によって導かれる概念として把握されることが多い。なお，微視的限界生産力説を巨視的限界生産力説へ移行させる分析方法と接近方法を決定的に提示したのは，J. B. Clark である[17]。

2. 巨視的生産函数の特色

すべての微視的生産函数から集計された唯一の生産函数が巨視的生産函数であると考える場合には，巨視的生産函数がどのような特色をもっているかについて吟味しなければならない。このことは，巨視的生産函数の基本構造，ひいては巨視的限界生産力説の基本構造を明らかにするために役立つことである。

巨視的生産函数の特色をみつけるためには，まず最初に，少なくとも次のことを仮定する必要がある。

① 巨視的生産函数は，生産要素間の代替を認める。

② 生産要素が変化するときには，収穫逓減が生じる。

③ 要素投入量が存在しなければ，総生産物（社会的生産物）も生産されない。すなわち，巨視的生産函数が0位（0桁）で0の値を取ること，従って，同次である。

④ 完全競争の下で利潤極大原理が存在する。

いま，仮定④の下で，２つの生産要素の資本量Kと労働投入量Lとの組合せによって任意の一種類の総生産物を生産する技術的関係を示す巨視的生産函数(1)が存在するときには，２つの生産要素はそれぞれの物的限界生産物に応じて報酬を受け取るから，(2)式が成立する。pは価格水準，lは貨幣賃金率，πは利潤率である。

(1) $$Y=f(L,\ K)$$

(2) $$l=p\frac{\partial Y}{\partial L}\ ,\qquad \pi=p\frac{\partial Y}{\partial K}$$

(2)式は，生産要素労働投入量Lに対する報酬lと生産要素資本量Kに対する

(17) Krelle, W., a. a. O., s. 53. Clark, J. B., *The Distribution of Wealth*, 1899, pp. 408—409, p. 279.

報酬 π がそれぞれの限界生産物価値 $p\frac{\partial Y}{\partial L}$, $p\frac{\partial Y}{\partial K}$ に等しいという条件をあらわしている。

価格理論で導かれるように，完全競争の場合には競争は長期的な利潤の存在しない均衡をもたらせる。そして，超過利潤が存在する限り，参入や脱退の自由な市場状態の場合には新しい競争が生じる。

巨視的生産函数(1)は1次同次であると仮定しているから，純社会的生産物 Y は要素投入量を通じて限界生産物価値 $p\frac{\partial Y}{\partial L}$, $p\frac{\partial Y}{\partial K}$ によって完全に分配される(18)。すなわち，次式が成立する。

(3) $$lL+\pi K=Y=p\left(\frac{\partial Y}{\partial L}L+\frac{\partial Y}{\partial K}K\right)$$

いままでの議論では先験的に残余所得を考慮していないが，残余所得が存在しなければ，巨視的生産函数(1)はいかなる純粋の技術的関係ももたないことになる。この点については批判的に註釈しなければならない。1つは，巨視的生産函数それ自体は，長期的に利潤の存在しない均衡に導く競争メカニズムの結果であると解釈することができる。もう1つは，むしろ技術的理由からみれば，巨視的生産函数は1次同次であることが必要である。

巨視的生産函数の場合には，すべての要素投入量が同一の比率で上昇すれば，総生産物（社会的生産物）も同一の比率で上昇することを仮定してもよいと思われる。この仮定は，巨視的生産函数が1次同次であることをあらわしている。ことばをかえていえば，同一の生産要素はすべて独立変数であり，生産の弾力性の和が1であるから，生産要素はそれぞれの生産の弾力性を通じて巨視的生産函数に結びつくことになる。この場合の巨視的生産函数は，次の形式で示すことができる。

(4) $$Y=L^{\alpha}K^{1-\alpha}\quad,\ Y>0,\ L>0,\ K>0,\ 1>\alpha>0$$

この函数に各生産要素の λ 倍のものが投入されるときには，次式が成立する。

(18) Wicksteed, P. H., op. cit., p. 33, pp. 42—43. Wicksteed はいわば完全分配の定理とも名づけられる加重問題（The "Adding-Up" problem）を明らかにした。

(5) $$(\lambda L)^{\alpha}(\lambda K)^{1-\alpha}=\lambda^{\alpha}\lambda^{1-\alpha}L^{\alpha}K^{1-\alpha}=\lambda L^{\alpha}K^{1-\alpha}=\lambda Y$$

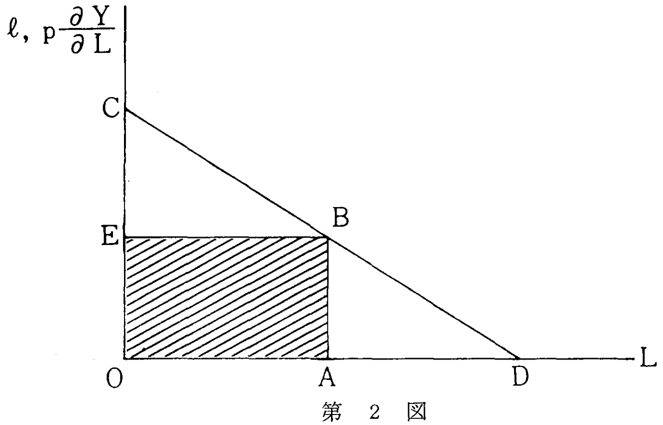
このような1次同次であるという特色を巨視的生産函数はもっているが，この函数はさらに次の特色ももっている。

(6) $$Y=Lf\left(\frac{K}{L},\ 1\right)=LF\left(\frac{K}{L}\right)\quad,\quad\frac{Y}{L}=F\left(\frac{K}{L}\right)$$

この式において $\frac{Y}{L}=y$ は労働生産性であり，$\frac{K}{L}=h$ は資本集約度（資本装備率）である。この函数は本質的には単純な形式 $y=F(h)$ で示される。この表示は1人当りの生産函数をあらわしていると理解することができる。この場合，y は労働者1人当りの所得であり，雇用者1人当りの生産量である。

3． 巨視的限界生産力説における所得分配の決定要因

この問題の考察方法として2階級モデルで考える場合には，巨視的限界生産力説の分配に関する基本的な考え方は，第2図で示すことができる。この図解は J. B. Clark の考え方にもとづいている[19]。この図の横軸は労働投入量 L であ

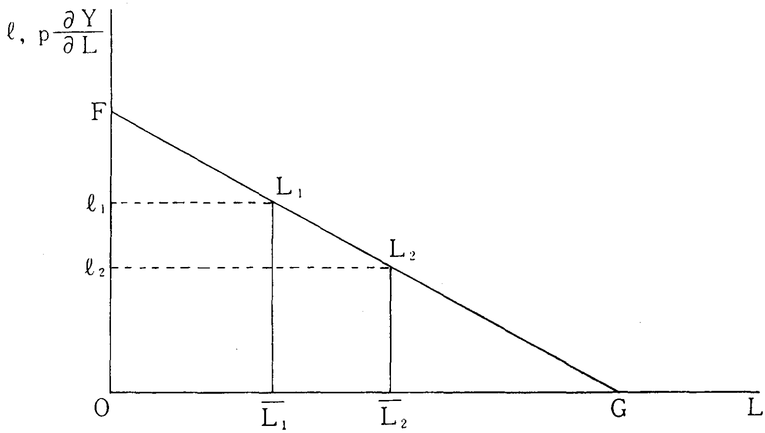


第 2 図

[19] Clark, J. B., op. cit., pp. 200—201. "By one model of statement of the law 〔Figure 2〕, we get wages as the amount directly determined by this principles ; it is the area ABCD…. The earnings of all labour equal the product of the final unit of labor multiplied by the number of units. In 〔Figure 2〕… interest 〔EBC〕 is a surplus." (pp. 200—201.) Clark では第2図の要素所得は賃金と利子になっているが，小論では第2図と第3図の要素所得は賃金と利潤である。

り，縦軸は貨幣賃金率 l の水準と巨視的な限界生産物価値 $p\frac{\partial Y}{\partial L}$ である。AB は労働供給曲線であり，CDは労働の限界生産力曲線である。総生産物は平面$OABC$に相当し，線分EBは総生産物を２つの生産要素LとKに分配する。すなわち，労働の相対的分け前（賃金分配率）は平面$OABE$に相当し，資本の相対的分け前（利潤分配率）は平面EBCに相当している。

巨視的限界生産力説の場合には，２つの生産要素は固定的要素であるが，要素価格は可変的であると仮定されている。要素市場に完全競争が支配しているときには，要素価格は要素投入量の水準に関連する。この場合，第３図における要素価格，例えば，貨幣賃金率 l_1，l_2 のように，他の要素投入量が一定であるときに，ある要素の投入量が増加すれば，需給の法則によって要素価格は低下する。逆に，ある要素の投入量が減少すれば，要素価格は上昇する。そして，要素投入量は要素の限界生産物価値，すなわち，労働供給曲線 $L_1\bar{L}_1$ ないしは $L_2\bar{L}_2$ と労働の限界生産力曲線FGとの交点を決定する。



第３図

このような2つの生産要素をもつ巨視的生産函数における所得分配は，この生産函数の技術的諸条件と生産要素の相対的稀少性[20]によって決定されることになる。

次に，賃金に対する要素価格決定式を考察する場合には，微視的限界生産力説の分析方法に類似した方法で考えることができる。

微視的限界生産力説の場合には，資本家にとって要素価格は所与であるから，資本家は利潤極大原理の下で要素投入量を決定する[22]。これに対して，巨視的限界生産力説では，要素投入量が所与であるから，要素価格が決定される。すなわち，完全競争の場合には，市場に関する価格理論と同様に，市場メカニズムが重要な要因になる。例えば，労働市場についてみれば，貨幣賃金率の上昇につれて労働供給量は増加するが，収穫逓減によって労働需要量は減少することが仮定されている。巨視的生産函数が所与である場合には，限界収入に応じて生産函数から需要曲線が導かれる。また，同様に労働供給曲線が所与である場合には，雇用水準が常に決定される。この均衡は古典派的定義の意味にお

---

(20) 純社会的生産物をY，生産要素の平均価格水準を$\bar{p}$，要素投入量をq_i，要素価格水準を$p_i(i=1, \cdots, n-1)$とおいて，巨視的な技術的条件が同一であることを仮定すれば，次式が成立する。

$$p_i=\bar{p}\frac{\partial Y}{\partial q_i}$$

この式によれば，要素価格水準p_iが上昇すればするほど，その要素の限界生産物$\frac{\partial Y}{\partial q_i}$は増加する。逆に，要素価格水準が低下すればするほど，その限界生産物は減少する。生産規模に関する収穫法則の下では，要素1単位の限界生産物が増加すればするほど，その要素の投入量は他の要素の投入量に比べて減少し，逆に，要素1単位の限界生産物が減少すればするほど，その要素の投入量は他の要素の投入量に比べて増加する。この点に生産要素の相対的稀少性（relative scarcity, die relativen Seltenheiten der Faktoren）があらわれる。Preiser, E., a. a. O., s. 34. Kaldor, N., "Alternative Theories of Distribution", *Review of Economic Studies*, Vol. 23, 1955—1956, pp. 83—100, especially p. 89.

(21) 例えば，W. Krelle による。Krelle, W., a. a. O., 1962, ss. 51—71 ; Derselbe, „Die Grenzproduktivitätstheorie des Lohnes“, *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik*, Bd. 162, 1950, ss. 1—42, insbesondere s. 5, ss. 31—32.

ける完全雇用状態の１つの均衡であり，非自発的失業が存在しない。外生的要因として，例えば，人口増加のために労働供給量が増加すれば，完全競争の下ではある特定の貨幣賃金率で働きたいと思う人がすべて就業の機会をみつけるまで貨幣賃金率は低下するであろう。このようにして，他の生産要素の投入量が市場メカニズムによって優利な条件を与えられるから，従属変数の要素価格は要素市場で決定されることになる。他の事情が不変であれば，要素価格はその要素の限界生産物の増加につれて上昇し，要素投入量の減少につれて上昇する。従って，生産要素はその限界生産物価値によって報酬を受けることおよび収穫逓減が作用することを仮定すれば，要素価格は要素投入量の増加につれて低下する。

このような巨視的限界生産力説における所得分配の決定要因については，さまざまな異論がある。この異論を示すためには，巨視的限界生産力説の本質的な仮説を明らかにしなければならない。この仮説は，要素価格の変化は最終生産物の需要には影響を与えないという仮定（セイの法則）にもとづいている[22]。このセイの法則を J. M. Keynes は否定し，貨幣賃金率と雇用量の変化との関係について卓見を提示している[23]。同様な意味では，雇用理論に関する多くの見解が示されている。いずれにしても，巨視的限界生産力説には所得ないしは需要の流れの決定要因については何も説明されていない。

4．要素投入量の変化と要素価格の変化が所得分配に与える影響

これまでの考察では，要素価格が所与であるか，要素投入量が一定であるかのどちらかを仮定していたが，今度は要素投入量の変化と要素価格の変化が所

(22) Weintraub, S., *An Approach to the Theory of Income Distribution*, 1958, pp. 1—23.「生産物の需要曲線は通常消費者の所得が一定であるという前提にもとづいて描かれるから，限界生産力分析の根底には要素価格と要素所得が変化するにもかかわらず所得水準は一定であるという少々厄介な定理（セイの法則）が存在する。」(Weintraub, S., op. cit., p. 14.)（　）内は筆者。

(23) Keynes, J. M., *The General Theory of Employment, Interest and Money*, 1936, p. 18, p. 26. 第９章も関連している。

得分配にどのような影響を与えるかについて吟味し，検討しなければならない。この問題は，２つの概念，すなわち，需要の弾力性と代替の弾力性を用いて考察することができる。

(1)　需要の弾力性

要素投入量が変化するとき，ある要素の総所得はどのようにして得られるであろうか。このことは需要の弾力性に依存する。要素 $i=1, 2, \cdots, n$ の要素所得は，要素需要の要素価格弾力性 ε_i が１よりも大きいときに上昇する。

$$\varepsilon_i = -\frac{\partial q_i}{\partial r_i}\,\frac{r_i}{q_i} > 1 \quad , \quad i=1, 2, \cdots, n \tag{7}$$

この式によれば，要素投入量 q_i の増加につれて要素価格 r_i は低下する。$\varepsilon_i<1$ のときには，要素所得は減少する。$\varepsilon_i=1$ のときは，要素所得は不変かつ一定である。この需要の弾力性は収穫法則の作用いかんによって決定される。この法則の作用が小さければ小さいほど，ある要素の総所得は要素投入量の増加につれて減少する[24]。この逆のときには，逆のことが成立する。

いま，２つの生産要素の資本量 K と労働投入量 L が存在すると仮定すれば，均衡では資本量と労働投入量との間には，次の関係式が成立する。

$$\frac{\frac{\partial Y}{\partial L}}{l} = \frac{\frac{\partial Y}{\partial K}}{\pi} \tag{8}$$

この式において均衡は次のことを意味する。すなわち，資本投入量と労働投入量はともに有効な値をもつから，この状態からある要素を他の要素へ代替する傾向がみられないことを意味する。

そこで，労働投入量だけが増加したとき，この要素投入量の変化は総所得（総生産物）の分配にどのような影響を与えるか，について吟味する。(2)式において，労働 L の投入量が増加すれば，労働の限界生産物価値 $p\frac{\partial Y}{\partial L}$ が変化し，従って，貨幣賃金率 l が変化する。投入された労働量の変化が賃金分配率 $\frac{lL}{Y}$ を低下させるか否かは，技術的に条件づけられた限界生産力曲線の上昇な

(24)　Krelle, W., a. a. O., 1962, s. 62.

いしは労働需要の弾力性 ε_L に依存する。$\varepsilon_L>|1|$（厳密には $\varepsilon_L<-1$）のときには，労働供給量の増加と貨幣賃金率の低下につれて賃金所得は増加し，従って，賃金分配率が上昇する。$\varepsilon_L<|1|$（厳密には $\varepsilon_L>-1$）のときには，逆に賃金所得は減少し，賃金分配率は低下する。$\varepsilon_L=1$（厳密には $\varepsilon_L=-1$）のときは，賃金所得は不変である。

このことは，他の要素の資本量が一定で労働投入量だけが変化した場合の所得分配の変化であることに注意しなければならない。労働投入量に対する資本量の相対的稀少性は大きくなっているから，資本の限界生産物と資本の価格はすべての場合において，しかも，賃金所得の相対的変化が補償する範囲において上昇する。これに対して，代替可能な巨視的生産函数の場合には，ある要素の価格変化はその要素投入量と他の要素価格に影響を与える。この意味において，他の事情が不変であればという議論は，ここで設定した仮定や定式化の場合だけにあてはまることである。

(2) 代替の弾力性

2つの生産要素が存在する場合には，唯一の要素価格が存在することを仮定すれば，このことは限界生産力説の仮定の下では限界生産物比率に相当する。資本量 K と労働投入量 L の2つの要素モデル[25]では，J. R. Hicks の定式化[26]以来，代替の弾力性 σ は限界生産物比率の相対的変化に対する資本集約度の相対的変化の比率であると定義される。Y_K は資本の限界生産物 $\dfrac{\partial Y}{\partial K}$ であり，Y_L は

(25) J. E. Meade は3つの生産要素の場合へ拡張している。Meade, J. E., *A Neo-classical Theory of Economic Growth.*, 1961, pp. 93—121；山田　勇監訳，『J・E・ミード　経済成長の理論』，昭和39年，95—120頁。

(26) Hicks, J. R., *The Theory of Wages*, 1932, 2nd ed. 1963, p, 115—117；内田忠寿訳，『賃金の理論』，昭和27年，116—118頁；Ditto, "Note on Elasticity of Substitution ; Part IV : A Note on Mr. Kahn's Paper", *Review of Economic Studies*, Vol. 1, 1933, pp. 78—80. 代替の弾力性については，I. Morrissett の展望論文が有益である。Morrissett, I., "Some Recent Uses of Elasticity of Substitution—A Survey", *Econometrica*, Vol. 21, 1953, pp. 41—62.

労働の限界生産物$\frac{\partial Y}{\partial L}$である。

$$\sigma=-\frac{\dfrac{d\left(\frac{K}{L}\right)}{\frac{K}{L}}}{\dfrac{d\left(\frac{Y_K}{Y_L}\right)}{\frac{Y_K}{Y_L}}}=-\frac{d\left(\frac{K}{L}\right)}{\frac{K}{L}}\cdot\frac{\frac{Y_K}{Y_L}}{d\left(\frac{Y_K}{Y_L}\right)} \tag{9}$$

このように定義された代替の弾力性σは，純粋に技術的に決定された経済量である。完全競争の場合において利潤極大を与える要素価格決定式は(9)式に含まれるから，代替の弾力性はもっぱら技術的に決定されることになる。さらに，σは総所得に占めるある要素の相対的分け前がどのように変化するかを決定する極めて重要な要因である。

(9)式において，要素価格の変化から生じる代替過程は技術的所与性，すなわち，技術的に与えられた諸条件が妥当する範囲内だけで成り立つものであるから，要素比率（資本集約度）$\frac{K}{L}$が生産技術上完全に固定しているときには，限界生産物比率（要素価格比率）は相対的に変化しない。この場合には，$\sigma=0$である。貨幣賃金率の僅かの低下がそれまでに用いられた資本投入量を完全に押しのける技術的諸条件が存在するときには，$\sigma=\infty$である。技術的諸条件が0と∞との間に存在するときには，$\sigma=-1$となる。この場合は特別の意義をもっている。なぜならば，この場合にはある要素の相対的な低下がこの要素の投入量を相対的に増加させるという状態を意味するからである。

総所得に占める要素所得の分配率[27]は，次のようになる。$\sigma>1$（厳密には$\sigma<-1$）のときには，すなわち，資本投入量Kが労働投入量Lに比べて相対的に増加するときには，資本所得，従って，利潤分配率にとって有利となり，労働所得，従って，賃金分配率にとっては不利となる。$\sigma<1$（厳密には$\sigma>-1$）のときには，その逆であって資本所得と利潤分配率にとって不利となり，労働

(27) Krelle, W., a. a. O., 1962, s. 64.

所得と賃金分配率にとって有利となる。$\sigma=1$（厳密には $\sigma=-1$）のときは，いずれの所得も分配率も不変かつ一定である。

このような所得分配ないしは要素所得の分配率がどのように変化するかについては，H. Frisch の定式化[28]によれば，一目瞭然である。Gは利潤所得，Wは賃金所得であり，その他の記号は既述の通りである。

(10) $$\frac{d\left(\frac{G}{W}\right)}{d\left(\frac{K}{L}\right)}=\frac{\pi}{l}\left(1-\frac{1}{-\sigma}\right)$$

代替の弾力性σが，いずれの場合にも，相対的に不足する要素の価格は上昇し，相対的に過剰な要素の価格は低下することが明らかになる。しかし，要素価格の変化と要素投入量の変化が要素所得の相対的分け前にどのような影響を与えるかについては，先験的に確かめることはできない。この相対的分け前は，技術的諸条件によって一義的に決定される需要曲線と代替曲線の形状いかんによって左右される。

需要の弾力性と代替の弾力性は，純粋に静学的な限界生産力分析から導かれる概念であるが，これらの概念を分配理論的観点からどのように認識することができるであろうか。この2つの概念は逆説的にみれば短期的な性格のものであると限定することができる。なぜならば，短期では要素投入比率は制限的であるからである。

巨視的限界生産力説の仮定の下で，$\sigma=1$ のときには，要素価格比率の変化，従って，要素投入比率の変化につれて要素所得の相対的分け前が変化しないような分析方法を考えなければならない。このような分析方法と特色をもつ巨視的生産函数の1つが Cobb–Douglas 生産函数である。

Ⅳ Cobb–Douglas 生産函数とその拡張および所得分配

前節において吟味し，検討した巨視的限界生産力説の一般的な接近方法とそ

(28) Frisch, H., „Die CES–Funktion“, *Zeitschrift für National konomie*, Heft 4, 1964, ss. 415—421.

の基本構造をさらに明確にするために，この節においては，Cobb–Douglas 生産函数の基本構造とこの函数を拡張したＣＥＳ生産函数の基本構造を中心としてその他の生産函数の基本構造にも触れながら吟味し，検討しなければならない。特に，それらの生産函数を分配理論的観点から吟味し，検討しなければならない。

1. Cobb–Douglas 生産函数と所得分配

経済理論においてはじめて生産函数を提示したのは，P. H. Douglas と C. W. Cobb である。このいわゆる Cobb–Douglas 生産函数は，Douglas が1920年代のアメリカ合衆国とマサチュセッツ州の製造工業における資本，労働および産出量の指数の時系利を観察した結果として得られたものである。[29] これらの指数の関係を定式化するために，規模に関する収穫不変，すなわち，1次同次の仮定と生産要素の投入に対する収穫逓減とを結びつけるために，Douglas が数学者の Cobb とともに導いた最も単純な形式の生産函数は次のものである。

(11) $$Y = AL^{\alpha}K^{1-\alpha}, \quad Y>0,\ A>0,\ L>0,\ K>0,\ 1>\alpha>0$$

この式の変数Y，L，Kはそれぞれ産出量，労働投入量および資本量である。Aとαはパラミターである。パラミターαは巨視的な賃金分配率である。パラミターAは，最も単純に解釈すれば，「基本的な変数Y，L，Kの不完全な同次性のみならず土地，マネジメント，技術進歩および（時には）営業資本のような省略した変数に対する統計的な雑嚢（catch–all）である。[30]」

---

(29) Cobb, C. W. and Douglas, P. M., "A Theory of Production", *American Economic Review*, Vol. 18., Papers and Proceedings, 1928, pp. 135—165. Cobb–Douglas 生産函数は，Douglas の記号では，$P=bL^{k}C^{1-k}(1>k>0)$ で示されている。Cobb, C. W. and Douglas, P. H., op. cit., p. 156. Douglas, P. H., "Comments on the Cobb–Douglas Production Function", in National Bureau of Economic Research (ed.), *The Theory and Empirical Analysis of Production*, Studies in Income and Wealth, Vol. 31, 1967, pp. 15—16. Douglas, P. H., *Theory of Wages*, Chart 10 (p. 135.), Chart 15 (p. 161.).

(30) Bronfenbrenner, M., op. cit., p. 478.

Cobb と Douglas は，生産に関する説明をどのようにするかという課題とならんで生産函数に分配理論的問題を解決するための明確な役割を果たさせ，生産要素がその限界生産力によって報酬を受けるという仮定の下で所得分配を技術的法則にもとづいて決定している。[31] Cobb と Douglas は，「相合関係（correspondence）の程度は分配過程が…生産過程…に従うことを示すのは…十分…である[32]」ことを確信している。もちろん，巨視的限界生産力説の非現実的な仮定，すなわち，利潤極大化行動，原子的競争，収益法則の妥当性および収穫不変を設け，技術的所与性を Cobb–Douglas 函数の形式であらわすような巨視的生産函数をもっているモデルには，限界生産力説を成り立たせる技術的に決定された分配法則が内在している。所得分配が生産に依存することについては，巨視的生産函数を用いて十分な説明をすることができる。このことは Cobb–Douglas 生産函数で証明しなければならない。

(12) $$logY = logA + \alpha\ logL + (1-\alpha)\ logK \quad, 1 > \alpha > 0$$

この式は，総生産物 Y の対数が A，L および K のそれぞれの対数の 1 次函数であることを意味する。

労働の限界生産物 $\frac{\partial Y}{\partial L}$ と貨幣賃金率 l は，Cobb–Douglas 生産函数の場合には，次式で示される。$\frac{Y}{L}$ は労働生産性 y である。

(13) $$l = \frac{\partial Y}{\partial L} = \alpha \frac{Y}{L} (>0)$$

資本の限界生産物 $\frac{\partial Y}{\partial K}$ と資本の要素価格 π（利潤率）は，次式で示される。$\frac{Y}{K}$ は資本生産性（資本係数の逆数）である。

(14) $$\pi = \frac{\partial Y}{\partial K} = (1-\alpha) \frac{Y}{K} (>0)$$

---

(31) Cobb, C. W. and Douglas, P. H., op. cit., pp. 161—162. Krelle, W., a. a. O., 1962, s. 71. Oppenländer, K., *Die moderne Wachstumstheorie*, 1963, s. 188. Riese, H., „Mittelfristiges wirtschaftliches Wachstum und neoklassische Wachstumstheorie", *Kyklos*, Bd. 18, 1965, ss. 80—106, insbesondere s. 85 (Fußnote 8), s. 88.

(32) Cobb, C. W. and Douglas, P. H., op. cit., p. 163.

Cobb–Douglas 生産函数が存在し，要素投入量が変化する場合には，各要素の限界生産物がどのように変化するであろうか。この点は⒀式ないしは⒁式から次式に関連している。[33]

⒂ $$\frac{\dot{Y}}{Y}=\alpha\frac{\dot{L}}{L}+(1-\alpha)\frac{\dot{K}}{K}$$

さらに，Solow 的意味の中立的技術進歩が導入されるときには，次式に関連している。[34]

⒃ $$\frac{\dot{Y}}{Y}=\frac{\dot{A}}{A}+\alpha\frac{\dot{L}}{L}+(1-\alpha)\frac{\dot{K}}{K}$$

生産要素労働の総所得 lL は，

⒄ $$lL=\frac{\partial Y}{\partial L}L=\alpha Y$$

生産要素資本の総所得 πK は，

⒅ $$\pi K=\frac{\partial Y}{\partial K}K=(1-\alpha)Y$$

Cobb–Douglas 生産函数の場合，要素投入量の変化につれて総所得がどのように変化するかについては，⒄式ないしは⒅式から⒂式に関連し，Solow 的意味の中立的技術進歩の下では⒃式に関連している。この変化は，要素需要の要素価格弾力性 ε_K，ε_L いかんによって決定される。⒄式と⒅式に対応して，次式が得られる。

---

(33) 技術進歩が存在しない巨視的生産函数(1)を時間 t で全微分し，両辺を Y で除せば，

① $$\frac{\dot{Y}}{Y}=\frac{\partial f}{\partial L}\frac{\dot{L}}{Y}+\frac{\partial f}{\partial K}\frac{\dot{K}}{Y}$$

Cobb–Douglas 生産函数の場合には，⒄，⒅式が成立するから，Y を L と K で偏微分すれば，$\frac{\partial Y}{\partial L}=\frac{\partial f}{\partial L}$，$\frac{\partial Y}{\partial K}=\frac{\partial f}{\partial K}$ であるから，これらを①式へ代入すれば，⒂式が得られる。

(34) Solow 的意味の中立的技術進歩が導入されるならば，巨視的生産函数⑾を時間 t で全微分し，両辺を Y で除せば，

① $$\frac{\dot{Y}}{Y}=\frac{\dot{A}}{A}+A\frac{\partial f}{\partial L}\frac{\dot{L}}{Y}+A\frac{\partial f}{\partial K}\frac{\dot{K}}{Y}$$

Cobb–Douglas 生産函数の場合には，⒄，⒅式の他に，$\frac{\partial Y}{\partial L}=A\frac{\partial f}{\partial L}$，$\frac{\partial Y}{\partial K}=A\frac{\partial f}{\partial K}$ であるるから，これらの式を①式へ代入すれば，⒃式が得られる。

(19) $$l=\frac{\partial Y}{\partial L}=A\alpha L^{\alpha-1}\ K^{1-\alpha}$$

(20) $$\pi=\frac{\partial Y}{\partial K}=A\alpha(\alpha-1)L^{\alpha-2}\ K^{1-\alpha}$$

(19), (20)式を(7)式へ代入すれば，労働の需要の弾力性 ε_L と資本の需要の弾力性ε_K が得られる。

(21) $$\varepsilon_L=\frac{1}{A\alpha(\alpha-1)L^{\alpha-2}K^{1-\alpha}}\cdot\frac{A\alpha L^{\alpha-1}K^{1-\alpha}}{L}=\frac{1}{1-\alpha}$$

(22) $$\varepsilon_K=\frac{1}{\alpha}$$

要素投入量の需要の弾力性 ε は，Cobb–Douglas 生産函数の場合には $1>\alpha>0$ で限定されるから，$\varepsilon>1$ となる。このことは Cobb–Douglas 生産函数の特色である。

Cobb–Douglas 生産函数を巨視的限界生産力説に適用するにあたって，Douglas は労働の相対的分け前（賃金分配率）$\frac{lL}{Y}$ の観察値と限界生産力の線に沿って計算した理論的分け前と比較した。その結果，両者とも密接な関係のあることが明らかになった。(17)式から賃金分配率は，

(23) $$\frac{lL}{Y}=\frac{\partial Y}{\partial L}\frac{L}{Y}=\alpha$$

総所得に占める資本の相対的分け前（利潤分配率）$\frac{\pi K}{Y}$は，(18)式から得られる。

(24) $$\frac{\pi K}{Y}=\frac{\partial Y}{\partial K}\frac{K}{Y}=1-\alpha$$

従って，(17)，(18)式から，あるいは，(23)，(24)式から次式が得られる。

(25) $$lL+\pi K=\alpha Y+(1-\alpha)Y=Y$$

(23)式によれば，賃金分配率の理論的な値[35]は α になり，また，(24)式では利潤分

(35) 賃金分配率の測定値と理論的な計算値の存在範囲は，0.65〜0.70であり，労働の需要の弾力性 ε_L の値の存在範囲は，2.7〜3.3である。この ε_L の値は，労働に関する生産の弾力性 α が負でない限り，1よりも大きいことは(21)式から明らかである。Douglas は ε の値を賃金と雇用のデイタから得た実際の値と比較していない。この点を Bronfenbrenner は指摘している。Bronfenbrenner, M., op. cit., 1868, p. 479.

配率の理論的な値は $1-\alpha$ になり，これらの分配率は Cobb–Douglas 生産函数のパラミター α，すなわち，労働に関する生産の弾力性だけによって決定されることになる。このことは，(25)式によって総所得 Y が要素所得の賃金所得 lL と利潤所得 πK へ完全に分配されることを意味する。この問題はいわゆる adding–up theory である。[36] 総所得に占める要素所得の相対的分け前が要素投入量の変化につれてどのように変化するであろうか。この分配問題は代替の弾力性[37]いかんによって決定されるから，Cobb–Douglas 生産函数では，

$$(26)\qquad \frac{\dfrac{\partial Y}{\partial L}}{\dfrac{\partial Y}{\partial K}}=\frac{A\alpha L^{\alpha-1}K^{1-\alpha}}{A(1-\alpha)L^{\alpha}K^{-\alpha}}=\frac{\alpha}{1-\alpha}\,\frac{K}{L}$$

従って，

---

(36) この加重問題は3つの生産要素が存在する場合にもあてはまることを，例えば，R. Richter が示している。Richter, R., „ ,Harrod–Wachstum‘ und ,Solow–Wachstum‘. ein Vergleich“, *Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft*, Bd. 121, 1965, ss. 235—263, insbesondere ss. 253—255.

(37) 代替の弾力性は，巨視的問題では，「経済的な代替の弾力性」は，①「技術的な代替の弾力性」，すなわち，個別企業内の個々の等産出量に対応した投入量の間の代替の弾力性と②「需要の代替の弾力性」，すなわち，相異なる企業の生産物と相異なる投入—産出比率をもつ産業との間の代替の弾力性とを複合したものである。このことは，例えば，A. C. Pigou, I. Morrissett, M. Bronfenbrenner などの見解である。Pigou, A. C., “The Elasticity of Substitution”, *Economic Journal*, Vol. 44, 1934, pp. 232—241. Morrissett, I., op. cit., pp. 58—59. Bronfenbrenner, M., op. cit., 1968, p. 481. 微視的問題では，「技術的な代替の弾力性」は極めて重要である。

代替の弾力性は最近まで抽象的分析に広く用いられた。I. B. Kravis は1959年の論文で58年間のアメリカ合衆国の資本を用いて資本量と労働投入量との間の代替の弾力性を測定したが，その値は0.64（歴史的な代替の弾力性と Kravis は名づける。）であった（Kravis, I. B., “Relative Shares in Fact and Theory”, *American Economic Review*, Vol. 49, 1959, pp. 917—947, p. 940.）。なぜ代替の弾力性が1よりも小さかったのであろうか。それは，Kravis の測定期間には労働投入量の増加が資本量の増加よりも少なかったこと，従って，労働の相対的分け前が増加したことを意味する。

(27) $$\frac{d\left(\dfrac{\dfrac{\partial Y}{\partial L}}{\dfrac{\partial Y}{\partial K}}\right)}{d\left(\dfrac{L}{K}\right)}=-\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{K^2}{L^2}$$

(26), (27)式から，労働の代替の弾力性 σ_L と資本の代替の弾力性 σ_K が得られる。

(28) $$\sigma_L=1$$

(29) $$\sigma_K=1$$

以上のような意味において，所得分配は技術的所与性と要素投入量に依存することになる。Cobb–Douglas 生産函数の場合には，要素投入量に伴う報酬は(13), (14)式で示されるから，要素投入量に伴う報酬が大きくなればなるほど，限界生産物価値は上昇し，すなわち，ある要素の投入量が他の要素の投入量に比べて小さくなる。逆に，要素投入量に伴う報酬が小さくなればなるほど，限界生産物価値は低下し，ある要素の投入量が他の要素の投入量に比べて大きくなる。ある要素の総所得は Cobb–Douglas 型の巨視的生産函数では，労働に対しては αY であり，資本に対しては $(1-\alpha)Y$ であり，要素投入量の増加につれて増加する。なぜならば，条件 $1>\alpha>0$ の下で，$\varepsilon_L=\dfrac{1}{1-\alpha}>1$, $\varepsilon_K=\dfrac{1}{\alpha}>1$ が成り立つからである。

総所得 Y に占める要素所得の相対的分け前は，(28), (29)式で示されるが，これらの分配率は代替の弾力性が $\sigma=1$ のときに得られるものである[38]。このことは相対的な要素投入量が相対的な要素価格と同一の比率で変化することを意味す

(38) 代替の弾力性 σ は，Cobb–Douglas 生産函数の場合には，次式で示される。

① $$\sigma=\frac{\dfrac{\partial Y}{\partial L}\dfrac{\partial Y}{\partial K}}{Y\dfrac{\partial^2 Y}{\partial L\partial K}}$$

$\dfrac{\partial Y}{\partial L}=\alpha\dfrac{Y}{L}$, $\dfrac{\partial Y}{\partial K}=(1-\alpha)\dfrac{Y}{K}$, $\dfrac{\partial^2 Y}{\partial L\,\partial K}=\dfrac{\alpha}{L}\dfrac{\partial Y}{\partial K}=\dfrac{\alpha(1-\alpha)Y}{LK}$ であるから，これらの式を①式へ代入すれば，$\sigma=1$ が得られる。

るから，$\sigma=1$ は要素所得の相対的分け前の不変性を示すために必要な条件である。

2．修正された Cobb–Douglas 生産函数と所得分配

Cobb–Douglas 生産函数(11)は，理論的・統計的観点から批判的に検討されている。例えば，Douglas が生産要素資本の係数を $1-\alpha$ に結びつけたことや Douglas の結論が時系列の間の偶然の一致をあらわしたという異論などが出されて，次第にその函数の形式が修正されていった。そして，Cobb–Douglas 生産函数の修正，意味および有用性などについて論争が展開された。

A. A. Walters は，次の形式の Cobb–Douglas 生産函数が Cobb–Douglas 生産函数の最も代表的な形式であると考える。(39)

(30) $$Y=AL^{\alpha}K^{\beta}\ ,\quad Y>0,\ A>0,\ L>0,\ K>0,\ \alpha\geqq 0,\ \beta\geqq 0$$

この函数の特色は，少なくとも次の4つの点にある。

① α は労働に関する生産の弾力性であり，β は資本に関する生産の弾力性である。

② 函数は $\alpha+\beta$ 次の同次函数である。$\alpha+\beta>1$ のときには，規模に関して収穫逓増となる。$\alpha+\beta=1$ は，規模に関する収穫不変をあらわしている。

③ 労働の限界生産力は，例えば，$\alpha<1$ のときには，労働投入量の増加につれて低下する。特に，$\dfrac{\partial^2 Y}{\partial L^2}=\alpha(\alpha-1)\dfrac{Y}{L^2}$ である。$\alpha<1$ のときには，$\dfrac{\partial^2 Y}{\partial L^2}$ の値は負である。

④ 限界代替率は $\dfrac{\alpha K}{\beta L}$ である。そして，代替の弾力性 σ は1である。

Walters は $\alpha+\beta$ の近似値が1であることを検証したが，$\alpha+\beta$ の任意の値は $\sigma=1$ という仮定を変えることができないことも検討した。いま，限界生産力分析を用いるならば，理論的な要素所得の合計は，1次同次の函数とオイラーの定理の下では，Y になるよりもむしろ $\dfrac{\partial Y}{\partial L}L+\dfrac{\partial Y}{\partial K}K=(\alpha+\beta)Y$ になる。このことは，2つの生産要素の相対的分け前がそれぞれ α と β でないことを明

(39) Walters, A. A., op. cit., p. 5.

らかにしている。この相対的分け前は[40]，賃金分配率の場合には，

$$\frac{\alpha}{\alpha+\beta}=\frac{\dfrac{\partial Y}{\partial L}L}{\dfrac{\partial Y}{\partial L}L+\dfrac{\partial Y}{\partial K}K} \tag{31}$$

利潤分配率は，

$$\frac{\beta}{\alpha+\beta}=\frac{\dfrac{\partial Y}{\partial K}K}{\dfrac{\partial Y}{\partial L}L+\dfrac{\partial Y}{\partial K}K} \tag{32}$$

(31)，(32)式によれば，これらの分配率の和は1になる。しかし，理論的な分配率$\frac{\partial Y}{\partial L}L\Big/Y$ と $\frac{\partial Y}{\partial K}K\Big/Y$ はやはりそれぞれαとβになる。このような矛盾は残るが，この点は依然として未解決である。この問題は，普通の意味の要素所得の支出ではなくて，純粋の残余所得と考えられる意外の利潤や意外の損失を用いる場合に解決できるであろう[41]。

次に，Cobb–Douglas 生産函数は微視的観点からどのように解釈することができるか，について検討しなければならない。巨視的生産函数である Cobb–Douglas 生産函数を単一の企業の微視的生産函数に関連させることは，極めてむつかしい問題である。このいわゆる集計問題に対して，計量経済学は同一の数式の巨視的生産函数と微視的生産函数が存在することを仮定する。Walters は，微視的生産函数の集計された合計，あるいは，その平均を巨視的生産函数とみなした集計問題を扱っている[42]。H. Hauthakker は，各企業の所与の投入—産出比率 $\frac{L}{Y}$，$\frac{K}{Y}$ がパレート最適点で分けられるならば，この場合に導かれる巨視的生産函数は Cobb–Douglas 生産函数に近似することを示してい

(40) Bronfenbrenner, M., op. cit., 1968, p. 488.

(41) Bronfenbrenner, M., op. cit., 1968, p. 488.

(42) Walters, A. A., op. cit., p. 8. Green, H. H., op. cit., p. 22, p. 28. これらの見解と類似したものは，例えば，次の文献である。May, K., "The Aggregation Problem for a One–Industry–Model", *Econometrica*, Vol. 14, 1946, pp. 285—298. Theil, H., *Linear Aggregation of Economic Relations*, 1954, pp. 134—135, p. 138, p. 140.

る。[43] M. Frankel は，個別企業における事前的な生産函数と事後的な生産函数とを区別して巨視的生産函数ないしは集計的生産函数を導いている。[44] さらに，少数派の見解として Bronfenbrenner は，既述のように，Cobb–Douglas 生産函数，あるいは，その他の集計的生産函数を微視的生産函数の包絡線として扱っている。このような集計問題に関する諸見解があり，これらの見解によって分配理論的観点からみた既述の Cobb–Douglas 生産函数の性質，特色および主張点が明らかにされている。

次に，(11)式の形式の巨視的生産函数では，総所得と所得分配の重要な決定要因である技術進歩の作用が考察されていない。技術進歩はパラミター A の下で考慮されるから，技術進歩の存在を考えれば，巨視的生産函数(11)式は拡張する

(43) H. Houthakker は，linear programming の微視的生産函数から産業全体の Cobb–Douglas 生産函数を導くことができることを明らかにしている。彼は，個別企業にとって経営者の経営能力は一定の投入—産出比率であり，この比率は，能率のよい企業では低く，能率の悪い企業では高くなるであろうことを指摘し，この比率がパレート最適点で分けられるときには，集計的生産函数は Cobb–Douglas 生産函数に近似するであろうことを明らかにしている。このような Houthakker の集計問題に対する考え方は，静学的な横断面デイタの優れた理論的説明であると考える。Houthakker, H., "The Pareto Distribution and the Cobb-Douglas Production Function in Activity Analysis", *Review of Economic Studies*, Vol. 23, 1955—1956, pp. 27—31. L. Johansen は，Houthakker の導いた "input-output distribution"（これを Johansen は capacity distribution と名づける。）の下で巨視的生産函数を拡張している。Johansen, L., *Production Functions*, 1972, pp. 81—111.

(44) Frankel, M., "The Production Function : Allocation and Growth", *American Economic Review*, Vol. 52, 1962, pp. 216—234. M. Frankel が示した事後的な生産函数は，h を資本集約度，添字 i を企業とすれば，

① $$Y_i = A_i h_i L^{\alpha} K^{1-\alpha}$$

Frankel の巨視的生産函数ないしは集計的生産函数は，

② $$Y = A h^{\zeta} L^{\alpha} K^{1-\alpha} = A L^{\alpha-\zeta} K^{1+\zeta-\alpha}$$

②式において ζ が α に近づけば，2つの函数①，②は単純な形式 $Y=AK$ となる。これを Frankel は事後的な Harrod 的成長函数と名づけ，この函数は観察できるものと考えている。

ことができる。技術進歩は，函数の範囲内では技術進歩の代用として示される時間変数 t であらわされる。この場合の巨視的生産函数は，次の一般的な形式で示される。(45)

(33) $Y=f(L,\ K,\ t)$

技術進歩が生産要素の限界代替率に関連しないと定義される特定の単純な中立的技術進歩(46)の場合には，巨視的生産函数は次の一般的な形式で示される。(47)

---

(45) Solow, R. M., "Technical Change and the Aggregate Production Function", *Review of Economics and Statistics*, Vol. 39, 1957, pp. 312—320, especially p. 312 ; Ditto, "A Contribution to the Theory of Economic Growth", *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 70, 1956, pp. 65—94, especially p. 66 ; Ditto, "The Production Function and the Theory of Capital", *Review of Economic Studies*, Vol. 23, 1955, pp. 101—108, especially p. 102 ; Ditto, "Capital, Labor, and Income in Manufacturing", in National Bureau of Economic Research (ed.), *The Behavior of Income Shares*, Studies in Income and Wealth, Vol. 27, 1964, pp. 101—142, especially p. 103. Champernowne, D. G., "A Dynamic Growth Model Involving a Production Function", in Lutz, F. G. and Hague, D. C. (eds.), *The Theory of Capital*, 1961, pp. 223—244, especially p. 223, p. 225, p. 240.

(46) Solow, R. M., op. cit., 1957, p. 312 ; Ditto, op. cit., 1956, p. 85 ; Ditto, op. cit., 1964, p. 103. Robinson, J., *Essays in the Theory of Economic Growth*, 1962, pp. 111—113 ; 山田克巳訳，『経済成長論』，昭和38年，170—173頁。Richter, R., a. a. O., s. 242.

(47) 註(46)の Solow の文献の他には，J. Tinbergen, A. E. Ott, N. Kaldor, J. Black などの特色のある生産函数が存在する。Tinbergen, J., „Zur Theorie der langfristigen Wirtschaftsentwicklung", *Weltwirtschaftliches Archiv*, Bd. 55, 1942, ss. 511—549, insbesondere s. 511—513. Cobb-Douglas 生産函数は，時間 t の経過につれて上昇する要因 e^t を技術進歩とみなすならば，Tinbergen 型の巨視的生産函数 $Y=e^tL^\alpha K^{1-\alpha}$ で示される。 Ott, A. E., „Produktionsfunktion, technischer Fortschritt und Wirtschaftswachstum", in Schneider, E. (hrsg.), *Einkommensverteilung und technischer Fortschritt*, 1959, ss. 155—202, insbesondere ss. 200—201. N. Kaldor の「技術進歩函数」$\left(\frac{\dot{Y}}{Y}\right)=f\left(\frac{\dot{K}}{K}\right)$, $f(0)>0$, $1>f'>0$, $f''<0$, はそのような Cobb-Douglas 型生産函数の 1 次型で示されるという見解がある (Black, J., "The Technical Progress Function and the Production Function", *Economica*, Vol. 29, 1962, pp. 166—170, especially p. 166.)。しかし，Kaldor はその検討に反論している。 Kaldor, N,.

(34) $Y=A(t)\cdot f(L,\ K)$

この形式の生産函数には，例えば，R. M. Solow のものがある。Solow 生産函数は[48]，

(35) $Y=e^{gt}L^{1-\beta}K^{\beta}$ ，あるいは，$log\left(\frac{Y}{L}\right)=gt+\beta\, log\left(\frac{K}{L}\right)$

この函数には，Cobb–Doulgas 生産函数の仮定，すなわち，$\sigma=1$ という仮定が含まれる。2つの生産要素の限界生産力比率は時間 t とは無関係であるから，(35)式はすべての技術進歩を Hicks 的意味の中立的技術進歩として扱っている。(35)式のような Cobb–Douglas 生産函数を修正した巨視的生産函数の場合の所得分配も Cobb–Douglas 生産函数の場合と同様にして示すことができる。この問題については，例えば，既に Solow, J. G. M. Hilhorst が展開している[49]。（未　完）

"A Model of Economic Growth", *Economic Journal*, Vol. 67, 1957, pp. 591—624, especially pp. 595—597 ; Ditto, "Economic Growth and the Problem of Inflation", *Economica*, Vol. 26, 1959, pp. 212—226, especially pp. 221—222 ; Ditto, "Capital Accumulation and Economic Growth", in Lutz, F. A. and Hague, D. C. (eds.), op. cit., pp. 177—222, especially p. 215 (footnote 1).

(48) Solow, R. M., op. cit., 1957, pp. 312—313. この形式の生産函数の β の値を Solow は決めなかった。その代りとして観察値の資本の相対的分け前を用いた。しかし，Solow の結論は次の理由から分配理論の検証には役立たないと思われる。いま，(35)式において $\frac{Y}{L}=y$ ，$\frac{K}{L}=h$ とおいて，(35)式を時間 t で微分すれば，$\frac{d\ log\ y}{dt}=\frac{\dot{y}}{y}=g+\beta\frac{\dot{h}}{h}$ となる。この式は，Solow の観察期間1909—1949年（アメリカ合衆国）において増加した人1時間当りの産出量の大部分は，資本集約度 h の上昇よりもむしろ（中立的）技術進歩から生じたものであることを意味するからである。

(49) Solow, R. M., "Distribution in the Long and Short Run", in Marchal, J. and Ducros, B., op. cit., pp. 449—466. J. G. M. Hilhorst は，Solow 型生産函数(35)のパラミターをオランダの製造業27種のデイタ（p. 37 の第4表。）によって推定した結果，その生産函数による生産力分析，技術進歩および独占的競争理論の相互関係を接合ないしは綜合化しようとして，資本所得の分配率が決定される巨視的分配モデルを構成している。このモデルは分配問題を解明するための1つの試みとして大きな意義をもっていることを強調しなければならない。Hilhorst, J. G. M., *Monopolistic Competition, Technical Progress and Income Distribution*, 1965, pp. 66—128.