富山大学教育学部紀要 №56：53－60（平成14年）

小数の除法における児童の概念変容をうながすコンテクストの形成に関する予備的研究

岸本　忠之

（2001年10月18日受理）

Preliminary Study on the Forming of Context to Promote the Child's Conceptual Change on Division of Decimal Fractions

Tadayuki KISHIMOTO

kisimoto@edu.toyama-u.ac.jp

キーワード：除法，小数，概念変容，コンテクスト

Key words：division, decimal fraction, conceptual change, context

１．はじめに

小学校では５年次において，小数の乗法・除法が指導されている。多くの場合，児童は乗法・除法の意味を整数から小数の範囲へ拡張することが困難である（文部省，1984; Greer, 1994)。なぜなら児童は新しい意味によって乗法・除法をとらえ直すため，乗法・除法に関する知識を再構成しなければならないからである。例えば，「５ｍを２ｍずつ分けたときに何本取れますか」という文章題において，整数の除法の範囲で，答えは「２本と余り１ｍ」となる。「2.5本」という答えは意味がない。児童は小数の除法の学習を通して，「2.5本」という答えに対しても意味があるようにする。

一般に乗法よりも除法が困難であるので，本稿では議論を除法に限定する。除法の意味は乗法に基づいて以下のようである。整数の乗法は，１つ分の大きさがきまっているときに，その幾つ分かに当たる大きさを求めるものである（累加の考え)。このことに基づいて，整数の除法は以下の２つである。１つは，ある数量がもう一方の数量の何倍であるかを求めることである（包含除)。他の１つは，ある数量を等分したときにできる１つ分の大きさを求めることである（等分除)。この２つの除法に対する見方を「見方Ⅰ」と呼ぶ。

小数の乗法は，基準にする大きさをＢとしたとき，このＢに対する割合がｐであるようなＡを求めること（Ｂ×ｐ）である（割合の考え)。このことから小数の除法は，Ｂを基準にする大きさ，ｐを割合，Ａを割合に当たる大きさとすると，以下の２つである。

㈠　ｐ＝Ａ÷Ｂ

Ａは Ｂの何倍かであるかという割合を求める（いわゆる包含除にあたる)。

㈡　Ｂ＝Ａ÷ｐ

基準にする大きさを求める（いわゆる等分除にあたる)。

これらの除法に対する見方を「見方Ⅱ」と呼ぶ。児童が除法の意味を整数の範囲（見方Ⅰ）から小数の範囲（見方Ⅱ）へ拡張することを概念変容の１つと考える。

小数の除法の学習を概念変容とみなしたとき，Posner 他(1982)が示した概念変容を促す以下の４つの条件が参考になる。

(1)見方Ⅰに対する不満(dissatisfaction)がなければならない。

(2)見方Ⅱはわかりやすく(intelligible)なければならない。

(3)見方Ⅱはよりもっともらしい(initially plausible)ものに見えなければならない。

(4)見方Ⅱは実り豊かな(fruitful)研究プログラムの可能性を示唆しなければならない。

教師は，これらの条件に配慮して指導する必要がある。

これまでにも小数の乗法・除法において様々な教材や指導法の工夫がなされている(吉川,1980; 向山,1980; 長沢他,1987)。しかし指導意図が児童に必ずしも十分伝わらないことが，指導上の問題点として従来から指摘されている。例えば中島(1968)は，乗法に関してではあるが，実態調査に基づいて以下のように述べている。

「半数に近いこどもが，乗数を整数から小数へ拡げるに当たって，当初の累加の意味に不都合が起こることを，ほとんど意識していないとみられることである。」(p.3)

教師の指導意図が児童に十分伝わらない原因の1つは，教師と児童の間に教師の指導意図を反映したコンテクストが形成されていないためであると考えられる。

本稿ではコンテクストを以下のような意味に規定して用いる。コンテクストとは，ある人が課題に対する解答が適切であると考えるとき，その適切さの方向づけであり，それはその場所にいる他者との関わりによって形成されるものである。

実際の授業において，教師が児童に対して言葉を発するとき，教師のコンテクストと児童のコンテクストは必ずしも一致しない。児童は，教師が発した言葉をそのまま同じ意味に受け取らないことがある。しかし，これまで算数・数学教育において，指導意図を反映するようなコンテクストの形成ということには，あまり着目されてこなかった。

本稿の目的は，小数の除法において児童の概念変容をうながす上で，コンテクストという要因にも着目する必要があるかどうかを確認することとする。本稿では，4つの概念変容の条件すべてを取り扱うことはできないので，「(3)見方Ⅱはよりもっともらしいものに見えなければならない」に限定する。

2．方　法

研究の方法として，インタビュー調査が用いられた。

被験者として，小数の除法を既に理解している5年生の児童一名(Y)を選んだ。なぜなら小数の除法を理解しているとされる児童が同じ質問に対して異なる反応をすれば，その児童はコンテクストの影響を受けたと考えられるからである。児童Yが小数の除法を理解していると判断した理由は以下のようである。算数一般についての学力に関して，児童Yは，算数に関する計算や文章題に対して概ね解決できることから，上位の学力である。小数の除法に関する理解に関して，児童Yは，小数の除法の文章題を解決（立式）でき，また「見方Ⅱ」を表す数直線を理解している。

コンテクストは，児童の経験，信念，動機，教材提示の順序，コミュニケーション形態，などによって形成される。ここでは，教材提示の順序を工夫することによって意図的なコンテクストの形成を試みる。

調査は2回行われ，1回目の調査は小数の除法の指導（1995年5月）から4ヶ月後の1995年9月22日に行った。2回目の調査は，1回目の調査による学習効果が生じないよう1回目の調査から3ヶ月後の1995年12月26日に行った。2回のインタビュー調査の概要は以下のようである。1回目の調査のねらいは，指導意図を反映しないコンテクストを形成することである。2回目の調査のねらいは，指導意図を反映するコンテクストを形成することである。それぞれの調査の最後に，同じ質問がなされる。その児童が，同じ質問であるにも関わらず，異なる反応をしたならば，コンテクストという要因にも着目する必要性が確認されたとする。

それぞれの調査は以下の順序で行われた。

・1回目の調査

(1)見方Ⅰによる意味に基づいて式を提示する

(2)見方Ⅱによる意味に基づいて式を提示する。

・２回目の調査

(0)計算のきまりに基づいて式を提示する。

(1)見方Ⅰによる意味に基づいて式を提示する。

(2)見方Ⅱによる意味に基づいて式を提示する。

１回目と２回目の違いは，(0)が含まれるかどうかである（詳細については次項を参照)。

3．インタビュー調査

２回のインタビュー調査は以下のようである。「Ｉ」は著者，「Ｙ」は児童Ｙである。

3.1　１回目のインタビュー調査

［第１節］

著者は，児童Ｙに対して，見方Ⅰ（包含除）による意味に基づいて「８ｍのテープから４ｍのテープを取ります。何本取れますか。」という文章題を提示した。児童Ｙは「８÷４＝２」と解答した。

Ｉ：（ノートに書きながら）８ｍのテープから，４ｍのテープを取ります。何本とれますか。

Ｙ：２本。

Ｉ：式はどうなる。

Ｙ：８÷４。

Ｉ：答えは。

Ｙ：２。

同様に著者は，児童Ｙに対して，「４ｍのテープから４ｍのテープを取ります。何本取れますか。」という文章題を提示した。児童Ｙは「４÷４＝１」と解答した。

［第２節］

著者は，児童Ｙに対して，「２ｍのテープから４ｍのテープを取ります。何本取れますか。」という文章題を提示した。児童Ｙは「２÷４＝0.5」と解答した。著者は，児童Ｙに対して，「２÷４＝0.5」の0.5は意味があるかと尋ねる。児童Ｙは，意味がないという。

Ｉ：（ノートに書きながら）２ｍのテープから，４ｍのテープを取ります。何本とれますか。

Ｙ：0.5。

Ｉ：式は。

Ｙ：２÷４。

Ｉ：式は２÷４で，0.5。

Ｙ：だから0.5になるかな。

Ｉ：こういうのは意味がある？

Ｙ：ない。

著者は，確認のために繰り返し同じ質問をしたが，児童Ｙは同様の反応をした。

Ｉ：２ｍ÷４ｍ。こういうの意味がある？

Ｙ：ない。

Ｉ：ない。どうして。

Ｙ：あるか，意味？

［第３節］

著者は，「２÷４＝0.5」の式に対して，見方Ⅱによる意味を数直線によって示した（図1)。「２÷４＝0.5」の式の意味は，「４ｍを１としたときに，２ｍにあたる大きさは0.5である。」である。

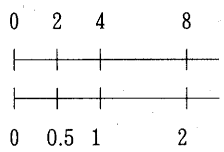

図１．児童に示した数直線

著者は，児童Ｙに対して，この説明は，「２÷４＝0.5」の式の意味を説明したことになるかと尋ねる。しかし児童Ｙは，意味がないという。

Ｉ：（数直線をノートに書きながら）これをさあ，４ｍを１としたときに，２にあたる大きさが0.5っていうのは，説明したことになる。「２ｍのテープから４ｍのテープを取ります。何本とれますか。」っていうのを説明したことになるかな。

Ｙ：ならない。

Ｉ：うん。

Ｙ：もう１回いって。

Ｉ：４を１としたときに２にあたる大きさが0.5にあたる大きさですよっていうのは意味があ

る？だから，４ｍにあたる大きさを１としたときに２にあたる大きさ，２ｍにあたる大きさは0.5ですよっていったら，「２ｍのテープから４ｍのテープを取ります。何本とれますか。」っていうのと意味がある。説明したことになる？

Ｙ：ならない。

3.2　２回目のインタビュー調査

［第１節］

著者は，「８÷４は？」と尋ねた。児童Ｙは，「２」と解答した。著者は，同様に４÷４，２÷４の解答を尋ねた。児童Ｙは，それらに対して１，0.5と解答した。

Ｉ：（ノートに書きながら）８÷４は。

Ｙ：２。

Ｉ：これはわかるね。４÷４は。

Ｙ：１。

：

：

Ｉ：２÷４。

Ｙ：0.5。ちょっと待って。0.5だ。

Ｉ：これはまあ，式だよねえ。まあこれはさあ，式でしょ。じゃあさあ，例えば，これをちょっと，意味っていうのを考えてみようってわけ。

［第２節］

著者は，見方Ｉによる意味（包含除）に基づいて式を説明した。例えば，「８÷４＝２」の意味は，「８ｍのテープから４ｍのテープが２本取れます。」である。

Ｉ：例えば，８ｍのテープを４ｍづつわけますっていうのあるよねえ。そうするとこれはどういうこと。

Ｙ：２本。

Ｉ：２本にわけられる。

同様に著者は，児童Ｙに対して，「４÷４＝１」の意味は「４ｍのテープから４ｍのテープが１本取れます。」であると説明した。さらに，著者は，児童Ｙに対して，「２÷４＝１」の意味は「２ｍのテープから４ｍのテープが0.5本取れます。」であると説明した。著者は，児童Ｙに対して，この説明は意味があるかどうか尋ねた。児童Ｙは意味がないといった。

Ｉ：２÷４＝0.5っていうのは，テープで今やって。テープでやったらどうなの。

Ｙ：意味がないと思う。

［第３節］

著者は，「２÷４＝0.5」の式に対して，見方Ⅱによる意味を数直線によって示した。「２÷４＝0.5」の式の意味は，「４ｍを１としたときに，２ｍにあたる大きさは0.5である。」である。著者は，児童Ｙに対して，この説明は意味があるかどうか尋ねた。児童Ｙは意味があるといった。

Ｉ：今度は，こういう説明の仕方は。４にあたる大きさが。４ｍにあたる大きさを１としたときに，２にあたる大きさは0.5ですよっていうのは，意味ある？

Ｙ：ある。

Ｉ：意味がある。うん。

4．考　　察

「１．はじめに」で述べたコンテクストの規定では曖昧であるので，上の規定に基づいてコンテクストをとらえる枠組みを示す（図2)。通常の算数の授業にみられるやりとりは，発問－応答形式で行われる。そのやりとりは，「話し手が発した課題」，「聞き手が設定した問題」，「聞き手が行った解答」，の３つの要素で構成されているとする。話し手が発した課題は少ない情報で成り立っている。聞き手は，話し手が発しなかった情報を加味して，問題を設定し，その問題に基づいて解答する。もしも聞き手が話し手と異なる問題を設定し解答すれば，話し手は聞き手に対して不足した情報を補う。話し手が発しなかった情報は，話し手と聞き手の間で暗黙の内に共有されている。従っ

て話し手と聞き手が共有するコンテクストは聞き手が設定した問題に反映していると言える。

話し手が発した課題
|
聞き手が設定した問題
↓
聞き手が行った解答

図2．コンテクストをとらえる枠組み

それぞれのインタビュー調査で，著者が「2 ÷ 4 ＝0.5」の式に対して見方Ⅱによる意味を説明したとき，児童Ｙは異なる反応をした。１回目の調査において，児童Ｙは見方Ⅱによる意味を受け入れなかった。２回目の調査において，児童Ｙは見方Ⅱによる意味を受け入れた。「コンテクストを分析する枠組み」を用いて，それぞれの調査において，異なるコンテクストが形成されていることを確認する。

4.1　１回目のインタビュー調査

［第１節］

著者は，児童Ｙに対して見方Ⅰによる意味の１つ，すなわち包含除によって式を理解するように方向づけている。著者が児童Ｙに対して発した課題は，「見方Ⅰによると式の答えはどうなるか」である。児童Ｙは，「8 ÷ 4」，「4 ÷ 4」に対して，２本，１本と解答している。児童Ｙが設定した問題も「見方Ⅰによると式の答えはどうなるか」であると言える（図３）。

課題（見方Ⅰによると式（「8 ÷ 4」，「4 ÷ 4」）の答えはどうなるか）
|
問題（見方Ⅰによると式（「8 ÷ 4」，「4 ÷ 4」）の答えはどうなるか）
↓
解答（２本，１本）

図３．第１節のコンテクスト

［第２節］

著者が，児童Ｙに対して発した課題は，「2 ÷ 4 ＝0.5の0.5は意味があるか」である。児童Ｙは，「2 ÷ 4」に対して「0.5」と答えながらも，その答えは「意味がない」と解答している。見方Ⅰによる意味，すなわち包含除に基づくと，「2 ÷ 4」の解答は，「取れない」からである。児童Ｙが設定した問題は，第１節を受けて，「見方Ⅰによると 2 ÷ 4 ＝0.5の0.5は意味があるか」であると言える（図４）。

課題（2 ÷ 4 ＝0.5の0.5は意味があるか）
|
問題（見方Ⅰによると 2 ÷ 4 ＝0.5の0.5は意味があるか）
↓
解答（意味がない）

図４．第２節のコンテクスト

［第３節］

著者は，児童Ｙに対して見方Ⅱによる意味を数直線で説明し，見方Ⅱによって式を理解するように方向づけている。著者が，児童Ｙに対して発した課題は，「見方Ⅱによると 2 ÷ 4 ＝0.5の0.5は意味があるか」である。ところが，児童Ｙはこの説明は「意味がない」と解答した。その理由として，以下のことが考えられる。児童Ｙは，著者の質問を見方Ⅰに戻るものと受けとめている。そのため児童Ｙは見方Ⅰによる意味，すなわち包含除を見方Ⅱによって説明しようとしている。第１節，第２節で，著者は式を包含除として理解するように方向づけていたからである。従って児童Ｙが設定した問題は，「見方Ⅱによると包含除の意味を含んだ式（2 ÷ 4 ＝0.5）の0.5は意味があるか」であると言える（図５）。

課題（見方Ⅱによると 2 ÷ 4 ＝0.5の0.5は意味があるか）
|
問題（見方Ⅱによると包含除の意味を含んだ式（2 ÷ 4 ＝0.5）の0.5は意味があるか）
↓
解答（意味がない）

図５．第３節のコンテクスト

1回目の調査は以下のようにまとめられる。第1節では，式の意味は，見方Ⅰによる意味，すなわち包含除で説明されている。第2節では，その意味が，2÷4＝0.5の式に適用される。この式の解答の0.5は，包含除の意味では説明できない。ここまでに式を見方Ⅰによる意味で解釈するようなコンテクストが形成されている。第3節では，児童Yに対して見方Ⅱによる意味が示された。しかし第1，2節で形成されたコンテクストの影響によって，児童Yは見方Ⅱによって，2÷4＝0.5の式そのものを説明するのではなく，包含除の意味自体を説明しようとしていたと考えられる。見方Ⅱによって，包含除の意味を説明することはできない。そのため，児童Yは，「意味がない」と解答したと言える。1回目の調査では，著者が第3節で児童Yに対して見方Ⅱによる意味を説明したにも関わらず，児童Yはその説明をもっともらしいものとして受け入れなかった。

4.2　2回目のインタビュー調査

[第1節]

著者が，児童Yに対して発した課題は，「計算のきまりによると式の答えはどうなるか」である。ここでいう計算のきまりとは，「被除数が2倍，3倍になるとその結果も2倍，3倍になる」である。児童Yは，「2，1，0.5」と解答している。従って児童Yが設定した問題も「計算のきまりによると式の答えはどうなるか」であると言える。これらの解答は，計算のきまりによって形式的に得られたものである（図6）。

課題（計算のきまりによると式の答えはどうなるか）

｜

問題（計算のきまりによると式の答えはどうなるか）

↓

解答（2，1，0.5）

図6．第1節のコンテクスト

[第2節]

著者は，児童Yに対して見方Ⅰによる意味，すなわち包含除（テープの場面）によって式を説明するように方向づけている。ここで著者が，児童Yに対して発した課題は，「見方Ⅰによると2÷4＝0.5の0.5は意味があるか」である。児童Yは，「意味がない」と解答している。従って児童Yが設定した問題も，「見方Ⅰによると2÷4＝0.5の0.5は意味があるか」であると言える（図7）。

課題（見方Ⅰによると2÷4＝0.5の0.5は意味があるか）

｜

問題（見方Ⅰによると2÷4＝0.5の0.5は意味があるか）

↓

解答（意味がない）

図7．第2節のコンテクスト

[第3節]

著者は，児童Yに対して見方Ⅱによる意味によって式を説明するように方向づけている。ここで著者が，児童Yに対して発した課題は，「見方Ⅱによると2÷4＝0.5の0.5は意味があるか」である。児童Yは，「意味がある」と解答している。従って，児童Yが設定した問題も，「見方Ⅱによると2÷4＝0.5の0.5は意味があるか」であると言える（図8）。

課題（見方Ⅱによると2÷4＝0.5の0.5は意味があるか）

｜

問題（見方Ⅱによると2÷4＝0.5の0.5は意味があるか）

↓

解答（意味がある）

図8．第3節のコンテクスト

2回目の調査は以下のようにまとめられる。第1節では，式の答えは計算のきまりによって形式的に得られた。第2節では，それらの式は，見方Ⅰによる意味によって説明される。しかし，2÷4＝0.5の式は，見方Ⅰによる意味では説明できない。第3節では，その式は，見方Ⅱによる意味で説明できた。計算のきまりによって形式的に得られた式が，見方Ⅰによる意味と見方Ⅱによる意

味によってそれぞれ解釈され，両者の見方に違いが生じた。児童Ｙは，見方Ⅱによる意味を認めている。２÷４＝0.5の式自体に焦点が当てられ，見方Ⅰによる意味と見方Ⅱによる意味が対比されている。著者の意図が児童Ｙに伝わっている。２回目の調査では，著者が児童Ｙに対して見方Ⅱによる意味を説明し，児童Ｙは見方Ⅰによる説明よりもその説明をもっともらしいものとして受け入れたと言える。

4.3　１回目と２回目のインタビュー調査の比較

１回目と２回目のインタビュー調査を比較すると（表1)，第３節において，著者は同一の質問を行っている。しかし児童Ｙは異なる解答をしている。この理由について，これまで行ってきた考察から以下のように解釈される。

表１．１回目と２回目の比較

１回目の調査	２回目の調査
[第１節] 見方Ⅰによると式（８÷４，４÷４）の答えはどうなるか。 →２本，１本	[第１節] 計算のきまりによると式（８÷４，４÷４，２÷４）の答えはどうなるか。 →２，１，0.5
[第２節] 見方Ⅰによると２÷４＝0.5の0.5は意味があるか。 →意味がない。	[第２節] 見方Ⅰによると２÷４＝0.5の0.5は意味があるか。 →意味がない。
[第３節] 見方Ⅱによると包含除の意味を含んだ式（２÷４＝0.5）の0.5は意味があるか。 →意味がない。	[第３節] 見方Ⅱによると２÷４＝0.5の0.5は意味があるか。 →意味がある。

１回目の調査では，児童Ｙは見方Ⅱによって，２÷４＝0.5の式そのものを説明するのではなく，包含除の意味を含んだ式を説明しようという意図しないコンテクストが形成された。そのため児童Ｙは，見方Ⅱによる意味が示されたのにもかかわらず，この説明はもっともらしいものとして受け入れなかった。

一方，２回目の調査では，見方Ⅰによる意味と見方Ⅱによる意味を対比するようなコンテクストが形成されていた。そのため，見方Ⅱによる説明が見方Ⅰによる説明よりももっともらしくなり，見方Ⅱへの概念変容をうながすことになったと考えられる。

5．おわりに

本稿の目的は，小数の除法において児童の概念変容をうながす上で，コンテクストという要因にも着目する必要があるかどうかを確認することであった。そのため小数の除法を理解しているとされる一人の児童に対して２回のインタビュー調査が行われた。それぞれの調査において，指導意図を反映するコンテクストと指導意図を反映しないコンテクストが形成された。それぞれの調査の最後に，同じ質問がなされたが，その児童は同じ質問であるにも関わらず，異なる反応をした。このことから，コンテクストという要因にも着目する必要性が示唆された。

今後の課題として以下のことがあげられる。本稿では，小数の除法において児童の概念変容をうながすにあたって，コンテクストという要因にも着目する必要性があることのみを示した。小数の除法において児童の概念変容をうながす指導意図を反映するコンテクストがどの程度形成できるのかを示す必要がある。そのため同様の調査を複数の教師や児童に対して行い，データを増やし，多くの児童に対してどの程度の効果があるのか，そして児童はどのように変容していくのかをより詳細に分析していく必要がある。

引用文献

Greer, B. (1994) Extending the meaning of multiplication and division. In G. Harel and J. Confrey (Eds.), The development of multiplicative reasoning in the learning mathematics. pp.61–85. New York: State University

of New York Press.
文部省(1984)教育課程実施状況に関する総合的調査研究調査報告書－小学校－算数．文部省，東京，pp.86-88.
向山宣義(1980)算数をつくることを目指した学習指導－乗法の意味指導を通して－．日本数学教育学会誌，62，8，25-28.
長沢桂子他(1987)演算決定の能力を伸ばす指導の工夫－小数，分数の乗除において－．日本数学教育学会誌，69，6，17-21.
中島健三(1968)乗法の意味の指導について．日本数学教育会誌，50，2，2-7.
Posner, G. J., Strike, K. A., Hewson, P. W., and Gertzog, W. A. (1982) Accommodation of a scientific conception: Toward a theory of conceptual change. Science Education, 66, 2, 211-227.
吉川正弘(1980)既習事項を活用し新しいものを創り出す力，深める力を育てる指導法－乗法の拡張指導を通して－．日本数学教育学会誌，62，8，21-24.