

研究速報

環境の変化によって生じる複雑な形をした雪の結晶の類似パターン生成

広瀬 貞樹^{†a)} (正員) 山下 和也[†] (学生員)
小越 康宏^{††} (正員) 木村 春彦^{†††} (正員)

Similar Pattern Generation of Complex Snow Crystals Grown under Changing Environment

Sadaki HIROSE^{†a)}, Member,
Kazuya YAMASHITA[†], Student Member,
Yasuhiro OGOSHI^{††}, and Haruhiko KIMURA^{†††}, Members

[†] 富山大学工学部, 富山市

Faculty of Engineering, Toyama University, Toyama-shi,
930 8555 Japan

^{††} 福井大学工学部, 福井市

Faculty of Engineering, Fukui University, Fukui-shi, 910-
8507 Japan

^{†††} 金沢大学工学部, 金沢市

Faculty of Engineering, Kanazawa University, Kanazawa-shi,
920 8667 Japan

a) E-mail: hirose@iis.toyama-u.ac.jp

あらまし 雪の結晶には、成長過程で環境が大きく変化してできる複雑な形をした結晶がある。本論文では、Packard [1] が定義した六角格子上の二次元セルオートマトンを用いて、環境の大きな変化を遷移関数の入換えに対応させ、このような結晶の類似パターンの生成を試みる。

キーワード 雪, 結晶, 類似パターン, セルオートマトン

1. まえがき

雪の結晶はどれをとっても美しい形をしているが、その形は千差万別で、全く同じ形のもの存在しないといわれている。雪の結晶成長に気温や湿度等の気象条件が影響を与えるが、成長過程で気象条件が微妙に変化し、様々な形の結晶ができるといわれている。

雪の結晶が成長する過程をコンピュータによってシミュレートする研究は古くから行われているが、その多くはラプラス方程式の数値計算によるもの [2]~[7] や DLA (Diffusion-Limited Aggregation) 法によるもの [8], [9] 等、物理現象を表す方程式の数値計算に基づいている。

Packard [1] は、六角格子上の二次元セルオートマトンを用いた簡単なモデルで、角板と呼ばれている結晶の類似パターンを生成した。しかし、Packard のモデルでは、六角形の角から樹枝状に成長していく樹枝状六花や広幅六花、扇状六花と呼ばれる複雑な形をした結晶の類似パターンを生成することができない。

轡田ら [10] は、Packard のモデルを拡張し、Packard

のモデルではできなかった樹枝状六花、広幅六花、扇状六花等の類似パターンを生成した。

雪の結晶には、成長過程で環境が大きく変化してできるといわれている更に複雑な形をした結晶がある。本論文では、環境の大きな変化をセルオートマトンの遷移関数の入換えに対応させ、このようなより複雑な形をした結晶の類似パターンの生成を試みる。

以下、**2.** では実際の雪の結晶の成長過程について述べる。**3.** では Packard のモデルを拡張した轡田のモデルについて述べる。**4.** では環境の変化が雪の結晶成長に与える影響について述べる。**5.** では環境の変化に対応したモデルを提案し、そのモデルを用いて生成した類似パターンを示す。

2. 雪の結晶成長

雪の結晶には様々な形のものがあるが、図 1^(注1) に、その代表的な例を示す。角板、扇状六花、広幅六花、樹枝状六花は平面的な結晶であるのに対し、角柱、針は立体的な結晶である。

雪の結晶成長には、粒子の拡散過程 (成長する結晶界面へ水分子を補給する過程)、潜熱の拡散過程 (成長する結晶界面で発生した結晶化熱 (潜熱) の放熱過程)、表面拡散過程 (結晶界面に水分子が組み込まれる動的過程) の三つの過程が関係している [12]。

雲の中に何かのきっかけで氷の粒ができると、その周りの雲粒 (液体の水分子) は蒸発して水蒸気 (気体の水分子) になる。水蒸気になって自由に飛び回ることができるようになった水分子が、氷の粒にぶつかって氷の粒に取り込まれ、結晶として成長していく。粒

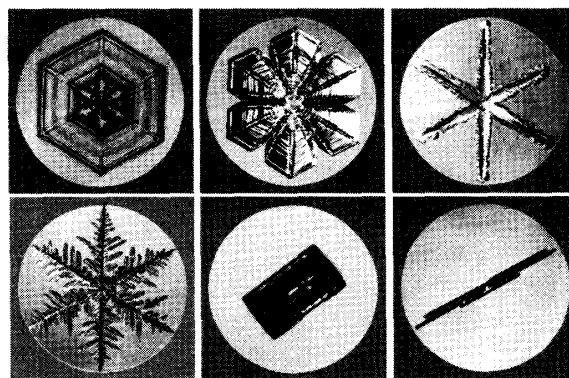


図 1 雪の結晶の例 (上段左から順に、角板、扇状六花、広幅六花、下段左から順に、樹枝状六花、角柱、針)

Fig. 1 Examples of snow crystals (plate, sector plate, branched crystal, dendrite, column, needle).

(注1)：本論文で用いている雪の結晶の写真は、北海道大学図書刊行会のご好意により、文献 [11] からコピーさせて頂いたものである。

子の拡散過程は、雲粒が蒸発して水蒸気になり空中へ拡散する過程で、これによって結晶界面へ運ばれる水分子の数が影響を受ける。潜熱の拡散過程は、潜熱、すなわち結晶化に伴う熱が結晶から空气中へ奪われていく過程で、これによって結晶の付近の気温が影響を受ける。これらの二つの過程によって、結晶の成長速度が大きく左右される。表面拡散過程は、結晶界面に運ばれてきた水分子が、結晶の表面を動いて規則正しい配列の中に組み込まれていく過程で、これによって結晶の形が影響を受ける。

これらの過程は、気温や湿度等の気象条件と密接に関連するので、成長過程の気象条件の変化がこれらの過程に影響して、複雑な結晶が形造られる。

3. 轡田のモデル

セルオートマトンは、規則的な格子の上にセルと呼ばれる同一の有限オートマトンを配置したものである。各セルは近傍と呼ばれる複数のセルの状態を入力とし、その入力から遷移関数によって決まる次の状態へと遷移する。この状態遷移は全セルが同期して並列に行われる。

通常、二次元セルオートマトンといえば正方格子上のセルオートマトンが一般的であるが、Packard [1] は、水の結晶（氷）が六方晶系に属すること、及び表面張力の異方性が六方対称性をもつことから、雪の結晶が六方対称性をもつようになることが知られている [12] ことを考慮して、六角格子上的二次元セルオートマトンを新しく定義した。

六角格子上の二次元セルオートマトンにおけるセルの近傍は7近傍である。例えば図2に示したセル c_{i_0} の近傍は、自分自身 c_{i_0} と自分の周りの六つのセル $c_{i_1}, c_{i_2}, \dots, c_{i_6}$ を含めた七つである。したがって、セル c_{i_0} の時刻 $t+1$ での状態 $s_{i_0}^{t+1}$ は、セル c_{i_0} の近傍の各セル $c_{i_0}, c_{i_1}, \dots, c_{i_6}$ の時刻 t での状態 $s_{i_0}^t, s_{i_1}^t, \dots, s_{i_6}^t$ から遷移関数 δ によって式(1)のように決められる。

$$s_{i_0}^{t+1} = \delta(s_{i_0}^t, s_{i_1}^t, \dots, s_{i_6}^t) \quad (1)$$

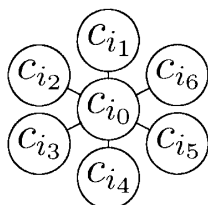


図2 セル c_{i_0} の近傍

Fig. 2 Neighborhood of a cell c_{i_0} .

Packard は、2 状態の外総和型^(注2)のセルオートマトンを用いて、角板と呼ばれる雪の結晶の類似パターンの生成に成功した。しかし、Packard のモデルでは32通りの遷移関数が考えられるが、角板以外の結晶の類似パターンは生成できなかった。

轡田らは、Packard のモデルを拡張し、Packard のモデルではできなかった樹枝状六花、広幅六花、扇状六花等の類似パターンを生成した。

轡田のモデルで拡張した点は次の2点^(注3)である。一つは、各セルの状態を、水蒸気に対応する状態‘0’、水蒸気と氷の中間に対応する状態‘1’、氷に対応する状態‘2’の3状態に拡張した点である。もう一つは、外総和性を放棄した点である。すなわち、轡田のモデルでは、セル c_{i_0} の次の時刻での状態が、周囲のセルの状態の位置も考慮して決定される。

ただし、セル c_{i_0} の状態が‘2’のときは、次の時刻での状態も‘2’である。すなわち、いったん氷になったセルは氷であり続ける^(注4)。

4. 環境の変化

雪の結晶の形に主に影響を与えるのは気温と湿度で、気温と湿度がほぼ一定のときには雪の結晶はある程度決まった形に成長することが知られている。図3は気温と湿度（正確には過剰水蒸気密度）と雪の結晶の形との関係を示した図である [12]。図1に示した六つの結晶は、一定した環境で成長した代表的な結晶である。しかし、実際の雪の結晶が成長する過程では、成長途中で環境が大きく変化することがあり、そのようなときには結晶はより複雑な形に成長を遂げる。

図4に示した雪の結晶は、成長途中で環境が大きく変化して成長したと考えられている。図4左と中央の結晶は、はじめは角板に成長する環境で成長したが、途中で湿度が上がり、樹枝状六花あるいは広幅六花に成長した結晶であると考えられている。図4右の結晶は、はじめは角板に成長する環境で成長したが、途中で湿度が上がり樹枝状六花に成長した。その後、今度は湿度が下がり樹枝の先が角板に成長した結晶であると考えられている。

(注2)：外総和型 (outer totalistic) とは、セル c_{i_0} の次の時刻での状態が c_{i_0} の現在の状態と周囲のセルの状態の総和によって決まる性質である。すなわち、どういう状態が周囲に何個あるかということによって次の状態が決められ、それらが周囲のどの位置にあるのかは関係しない。

(注3)：それぞれ各1点ずつ拡張してもうまく類似パターンを生成できなかったため、2点同時に拡張している。

(注4)：状態‘2’が状態‘0’に変化することは、物理的には融解や昇華に対応するものと考えられる。Packard のモデルでは融解や昇華は考慮していないので、轡田のモデルでもこのようになっている。

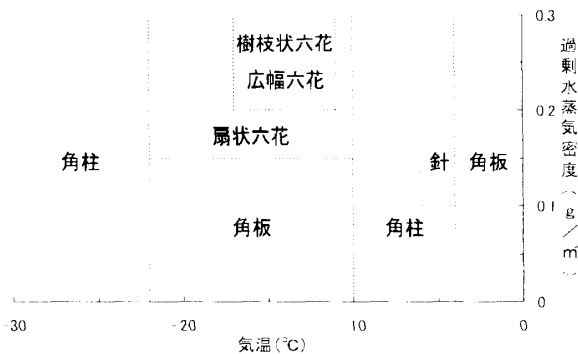


図 3 雪の結晶の形と環境の関係

Fig. 3 Relation between shape of snow crystals and environment.

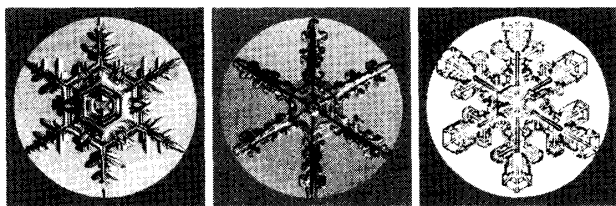


図 4 環境の変化によって生じる複雑な形をした雪の結晶の例

Fig. 4 Examples of complex snow crystals grown under changing environment.

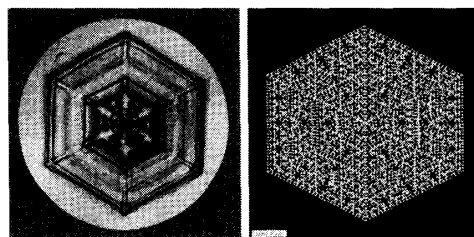
5. 類似パターンの生成

轡田のモデルではおおよそ 3^{37} 通りの遷移関数が考えられるので、到底すべてを試すことはできないが、多くの実験を行っても図 4 に示したような結晶の類似パターンを生成することはできなかった。

そこで、成長過程での環境の大きな変化をセルオートマトンの遷移関数の入換えに対応させることを考える。既に轡田のモデルで結晶の類似パターンがいくつか生成されているので、この遷移関数の一つを用いてパターンを生成し、途中で別のもう一つの遷移関数に入れ換えて、成長過程で環境が大きく変化してできる雪の結晶の類似パターンの生成を行う。

図 5 は轡田のモデルによって生成された類似パターンの例である。図 5 (a) は角板, (b) は樹枝状六花, (c) は広幅六花に対応する。それぞれ、左に示したのは雪の結晶, 右に示したのは類似パターンである。また下に示したのは、遷移関数のうち状態 '0' が状態 '1' または状態 '2' に、状態 '1' が状態 '2' に成長するルールである。明記されていない残りのルールは、すべて状態が変化しないルールである。ここでは簡単のため、 $\delta(s_{i_0}^t, s_{i_1}^t, \dots, s_{i_6}^t) = s_{i_0}^{t+1}$ であることを、単に $s_{i_0}^t s_{i_2}^t \dots s_{i_6}^t, s_{i_0}^{t+1}$ と記述している。

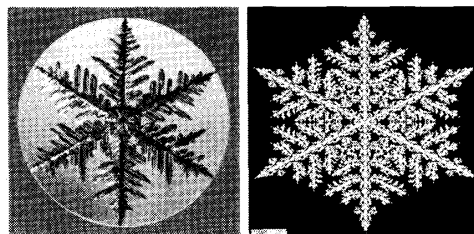
図 6, 図 7 に結果を示す。いずれも、最初特定の一



rule

```
0000002,1 0002101,2 0121212,1 1000202,2
0000112,1 0111111,1 0121222,1 1000221,2
0000121,2 0111112,1 0122122,1 1002122,2
0000211,1 0111122,1 0122222,1 1002212,2
0001001,1 0111212,1 0222222,1 1010122,2
0001002,1 0111222,1 1000002,2 1010221,2
0001011,1 0112112,1 1000012,2 1012221,2
0001012,2 0112122,1 1000021,2
0001101,1 0112212,1 1000121,2
0001221,1 0112222,1 1000122,2
```

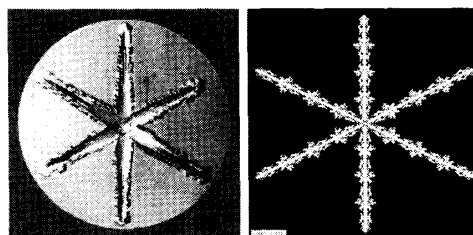
(a) 角板



rule

```
0000002,1 0000222,1 0112212,1 1000222,2
0000102,2 0001001,1 0112222,1 1001221,2
0000111,1 0111111,1 0121212,1 1011202,2
0000112,2 0111112,2 0121222,1 1011221,2
0000121,1 0111122,1 0122122,1 1012211,2
0000122,2 0111212,1 0122222,1 1020211,2
0000201,2 0111222,1 0222222,1 1022122,2
0000211,2 0112112,1 1000002,2
0000221,2 0112122,1 1000121,2
```

(b) 樹枝状六花



rule

```
0000002,1 0000222,1 0112112,1 1000002,2
0000102,2 0001001,1 0112122,1 1000121,2
0000111,1 0001121,1 0112212,1 1000222,2
0000112,2 0001211,1 0112222,1 1001221,2
0000121,1 0111111,1 0121212,1 1011202,2
0000122,2 0111112,1 0121222,1 1020211,2
0000201,2 0111122,1 0122122,1 1022122,2
0000211,2 0111212,1 0122222,1
0000221,2 0111222,1 0222222,1
```

(c) 広幅六花

図 5 轡田のモデルによる類似パターンの例

Fig. 5 Examples of similar patterns generated by Kutsuwada's model.

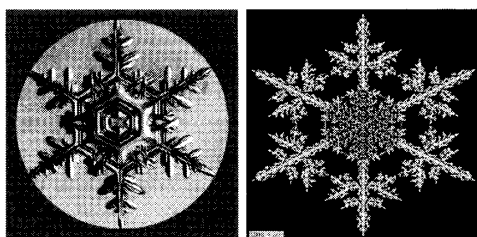


図 6 提案モデルによる類似パターンの例

Fig. 6 Similar pattern generated by proposed model.

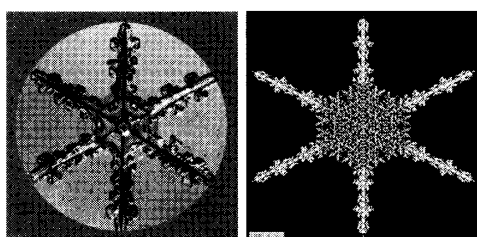


図 7 提案モデルによる類似パターンの例

Fig. 7 Similar pattern generated by proposed model.

つのセルだけが状態‘2’で、残りすべてのセルが状態‘0’である初期様相（水蒸気の中に氷の粒が一つだけ存在する様相）からスタートしている。

図 6 は、最初図 5(a) の角板に分類される類似パターンを生成する遷移関数を 96 ステップ適用し、その後図 5(b) の樹枝状六花に分類される類似パターンを生成する遷移関数に入れ換えて 290 ステップまで適用した例である。図 4 左の結晶とよく似たパターンが得られている。

図 7 は、最初図 5(a) の角板に分類される類似パターンを生成する遷移関数を 112 ステップ適用し、その後図 5(c) の広幅六花に分類される類似パターンを生成する遷移関数に入れ換えて 290 ステップまで適用した例である。図 4 中央の結晶とよく似たパターンが得られている。

6. むすび

本研究では、轡田のモデルを用いて、雪の結晶の成長過程において環境が大きく変化してできるといわれている複雑な形をした結晶の類似パターンの生成を試みた。環境の大きな変化をセルオートマトンの遷移関数の入換えに対応させ、二つの例ではあるがうまく類似パターンを生成することができた。

環境の大きな変化をラプラス方程式の数値解析や DLA 法等の従来手法で導入することは難しいが、セルオートマトンを用いたこのようなモデルでの導入は容易である。しかしながら、セルオートマトンの遷移関数の物理的な意味が明確になっていないことが問題

であり、本当の意味でのシミュレーションとは呼べない。単なる類似パターンの生成ではあるが、環境の大きな変化でできるといわれている結晶の類似パターンが環境に対応すると思われる遷移関数の入換えで実際に生成されることは興味深い。

今回は 1 回だけ遷移関数を入れ換えたが、今後 2 回以上の入換えを行って、例えば図 4 右に示した環境が 2 回大きく変化してできるといわれている結晶の類似パターンを生成したい。また、三次元的なモデルを検討し、角柱や針のような三次元的な結晶の類似パターン生成も行ってみたい。

謝辞 雪の結晶の写真のコピーを快く使わせて下さった北海道大学図書刊行会の方々に謝意を表す。査読者の先生から有益な御助言を頂いた。また、この研究は栢森情報科学振興財団の助成を受けて遂行された。ここに記して謝意を表す。

文 献

- [1] N. H. Packard, "Lattice models for solidification and aggregation," Proc. First International Symposium for Science on Form, pp.95-101, Tsukuba University, Japan, Dec. 1985.
- [2] 黒田登志雄, 横山悦郎, "結晶の形態形成拡散と表面カインテイクスの寄与," 日本結晶成長学会誌, vol.15, no.1, pp.76-79, 1988.
- [3] 黒田登志雄, "自然の美雪結晶の成長と形態形成の秘密," メカライフ, no.17, pp.10-13, 1989.
- [4] 黒田登志雄, 横山悦郎, "雪の形態形成および氷の表面融解現象," 物性誌, vol.45, no.8, pp.541-548, 1990.
- [5] 覚井真吾, "雪の結晶成長のシミュレーション," 物性研究, vol.54, no.1, pp.17-23, 1990.
- [6] 横山悦郎, 黒田登志雄, "特集デンドライト雪の結晶成長表面カインテイクスと拡散場に支配された樹枝状パターンの形成機構," バウンダリー, vol.6, no.2, pp.12-16, 1990.
- [7] 古川義純, "雪の結晶成長と表面構造," 表面科学, vol.16, no.10, pp.651-654, 1995.
- [8] M. Matsushita and H. Kondo, "Diffusion-limited aggregation with tunable lattice anisotropy," J. Phys. Soc. Jpn., vol.55 pp.2483-2486, 1986.
- [9] S. Miyazima and T. Tanaka, "Simulation for growth of snowflake," J. Phys. Soc. Jpn., vol.56, pp.441-443, 1987.
- [10] 轡田 康, 広瀬貞樹, 蜷川 繁, 木村春彦, "セルオートマトンを用いた雪の結晶の類似パターン生成," 信学論(D-I), vol.J83-D-I, no.9, pp.909-918, Sept. 2000.
- [11] 小林禎作, 雪の結晶—冬のエフェメラル, 北海道大学図書刊行会, 1983.
- [12] 小林禎作, 雪はなぜ六角か, 筑摩書房, 1984.

(平成 16 年 10 月 25 日受付)