

非定常熱発生を伴う転がりすべり接触を受ける 半無限体表面き裂の熱応力拡大係数*

五 嶋 孝 仁*¹, 宮 尾 嘉 寿*²

Stress Intensity Factors of a Surface Crack in a Semi-Infinite Body due to Rolling-Sliding Contact and Transient Heating

Takahito GOSHIMA and Kajyu MIYAO

This paper deals with the two-dimensional rolling-sliding contact problem with transient heat generation on an elastic half space containing a surface crack. Rolling-sliding contact is simulated as an arbitrary distributed contact load with normal and shear components, moving with constant velocity over the surface of the half space. The transient heat generation on the contact region is supposed to vary as the step-function of time. Numerical results are given for the cases of Hertzian and parabolic distributed loading and heating, respectively. It is considered that the slide/roll ratio, Peclet number, the crack angle and the heat transfer coefficient on the crack face affect the stress intensity factors.

Key Words: Elasticity, Thermal Stress, Stress Intensity Factor, Rolling-Sliding Contact, Tribology, Surface Crack, Transient Heating

1. 結 言

機関車の動輪とレールや歯車間の歯面接触等工業上数多く見られる転がり接触では、通常すべり摩擦を伴ういわゆる転がりすべり接触を受け、表面き裂やピットの発生原因となっている。このため Keer ら⁽¹⁾による転がりすべり接触を受けるき裂の解析以来、転がりすべり接触下のき裂に関するかなり詳細な報告^{(2)~(5)}がある。しかしこのような転がりすべり現象では通常摩擦熱が発生するので厳密には熱弾性接触問題として取扱う必要があるが、熱発生を伴う転がりすべり接触によるき裂の解析についてはほとんど報告されていない。そこで著者らの一人^{(6)~(8)}は先に接触面に摩擦熱等の熱発生を伴う転がりすべり接触を受ける場合のき裂の熱応力拡大係数に関する解析結果を報告したが、これらの報告における熱弾性解析はすべて Ling-Mow⁽⁹⁾モデルの温度場を採用した、いわゆる準定常問題として取扱われており、ペクレ数がかなり大きい現象にしか適用できない。しかし、実際の熱発生は時

間とともに変動することが多く、さらに比較的移動速度の遅い(ペクレ数の小さい)場合も実際上少なくない。最近, Brayant⁽¹⁰⁾や Barber^{(11)~(13)}は小さいペクレ数にも適用しうる移動熱源による非定常熱応力解を導いているが、き裂を含む解析までは行っていない。

そこで本研究では接触領域に、時間とともにステップ状に変化する非定常熱発生を伴う転がりすべり接触を受ける半無限体表面き裂の応力拡大係数を解析し、すべり率やペクレ数ならびにき裂角度および接触圧力分布形状、さらにはき裂による温度場のかく乱等が非定常熱応力での応力拡大係数に及ぼす影響を検討した。加えて準定常問題として取扱った前報⁽⁶⁾の結果とも比較し、準定常解の適用限界(ペクレ数)を検討した。

2. 座 標 系 と 熱 発 生

図1のように固定座標系 (\bar{x}, \bar{y}) を設定し、 \bar{y} 軸から距離 \bar{d} の位置に長さ \bar{c} の表面き裂を有する半無限体表面が、 \bar{y} 軸を出発点($t_0=0$)として一定速度 V の転がり接触を受けている場合を考える。解析にあたっては、き裂に固定した座標系 $(\bar{\xi}, \bar{\zeta})$ 、ローラとともに移動する座標系 (\bar{x}_1, \bar{y}_1) を設定し、また接触面の圧力分布を $P(\bar{x}_1)$ とし接線方向摩擦力を $fP(\bar{x}_1)$ と仮

* 平成2年11月28日 材料力学講演会において講演、原稿受付 平成3年9月5日。

*¹ 正員、富山大学工学部(〒930 富山市五福3190)。

*² 元富山大学工学部。

定する。ただし f は摩擦係数である。また以下の解析では、次に示す無次元変数を採用する。

$$\begin{aligned} (x, y) &= (\bar{x}/c, \bar{y}/c), (\xi, \zeta) = (\bar{\xi}/c, \bar{\zeta}/c) \\ (x_1, y_1) &= (\bar{x}_1/c, \bar{y}_1/c), x_0 = \bar{x}_0/c = Pe\tau \\ Pe &= Vc/x, \tau = xt_0/c^2, P(x_1) = P_1(x_1)/P_0 \\ d &= \bar{d}/c, l = \bar{l}/c, S_r = V_s/V, H_s = h_sc/K, \\ H_c &= h_cc/K, H_0 = 2\alpha_0 Gx(1+\nu)/K(1-\nu) \end{aligned}$$

ここで t_0 は時間, x は温度伝導率, K は熱伝導率, G は横弾性係数, ν はポアソン比, α_0 は線膨張係数, $P_1(x_1)$ は接触圧力分布, P_0 は接触圧力の最大値, V_s は転がり接触中のすべり速度, h_s, h_c はそれぞれ表面およびき裂面での熱伝達率を表す。したがって, Pe はペクレ数, τ はフーリエ数, S_r はすべり率, H_s と H_c はビオ数である。

接触面での熱発生は、出発点 $t_0=0$ で時間とともにステップ状に変化するものとすれば、次式で表される。

$$Q_1(x_1, \tau) = Q_0 Q(x_1) H(\tau) \quad (1)$$

ここで $H(\tau)$ はヘビサイドのステップ関数である。とくに熱発生が摩擦熱の場合には、 Q_0 と $Q(x_1)$ は次のように表せる。

$$Q_0 = fV_s P_0, Q(x_1) = P(x_1) \quad (2)$$

3. 温度解析

温度場は次式のように、移動熱源による温度解 T_a とき裂による温度場のかく乱 T_b の和として表される。

$$T = T_a + T_b \quad (3)$$

まず移動熱源による温度解 T_a は、 $\tau=t$ で瞬間熱源がある場合の温度解 T_a^i を次式のように積分して得られる。

$$T_a = \int_0^\tau T_a^i dt \quad (4)$$

T_a^i は次の初期条件と境界条件を満足する解である。

$$(T_a^i)_{\tau=0} = 0 \quad (5)$$

$$\left(\frac{\partial T_a^i}{\partial y_1} + H_s T_a^i\right)_{y_1=0} = \begin{cases} T^* Q(x_1) \delta(\tau-t), |x_1| < 1 \\ 0, |x_1| > 1 \end{cases} \quad (6)$$

$$(T_a^i)_{y \rightarrow -\infty} = 0, (T_a^i)_{x \rightarrow \pm\infty} = 0 \quad (7)$$

ここで $\delta(\tau-t)$ はディラックのデルタ関数, $T^* = Q_0 c/K$ である。式(5)-(7)を満足する温度解 T_a^i は、すでに著者ら⁽¹⁴⁾の解析により容易に求めるとができる。

次にき裂による温度場のかく乱 T_b を求めるために、まず、き裂上の任意の一点 $z = z_0 (z = d + \xi e^{-i\theta}, z_0 = d + \eta e^{-i\theta})$ とその鏡像点 \bar{z}_0 に一對の瞬間線熱源を考えれば、このとき温度解 $G_1(\xi, \zeta, \eta, t)$ は表面断熱条件に対する半無限体の基本解となり、次式のように与えられる。

$$G_1(\xi, \zeta, \eta, t) = G_0(z, z_0, t) + G_0(z, \bar{z}_0, t) \quad (8)$$

ここで、 $G_0(z, z_0, t)$ は $\tau=t$ で無限体中 $z = z_0$ に単位強さの瞬間線熱源がある場合の温度解で次式となる⁽¹⁵⁾。

$$G_0(z, z_0, t) = \frac{1}{4\pi(\tau-t)} e^{-((x-x_0)^2 + (y-y_0)^2)/4(\tau-t)} \quad (9)$$

このとき、き裂による温度場のかく乱 T_b は、 $\mu(\eta, t)$ をき裂上下面の温度差として、ガウスの発散定理より次式のように求まる⁽¹⁵⁾。

$$T_b = - \int_0^\tau \int_0^l \mu(\eta, t) \frac{\partial G_1(\xi, \zeta, \eta, t)}{\partial \xi} d\eta dt \quad (10)$$

またき裂面上での熱的境界条件は次式で与えられる。

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \xi}\right)_{\xi=0} = H_c \mu(\xi, \tau), \tau > 0 \quad (11)$$

式(4), (10), (3)より求めた温度の一般解を式(11)に代入すれば、 $\mu(\xi, \tau)$ に関する次の積分方程式を得る。

$$\begin{aligned} H_c \mu(\xi, \tau) - \int_0^\tau \int_0^l \mu(\eta, t) \frac{\partial^2 G_1(\xi, \zeta, \eta, t)}{\partial \xi^2} d\eta dt \\ = \left(\frac{\partial T_a}{\partial \xi}\right)_{\xi=0} \end{aligned} \quad (12)$$

式(12)より $\mu(\xi, \tau)$ が求まれば式(10)より T_b が決まるので、式(4)および式(3)より温度解 T が求められる。

4. 応力解析

半無限体表面が転がりすべり接触により任意分布の接触圧力と摩擦力を受けるものとすれば、半無限体表

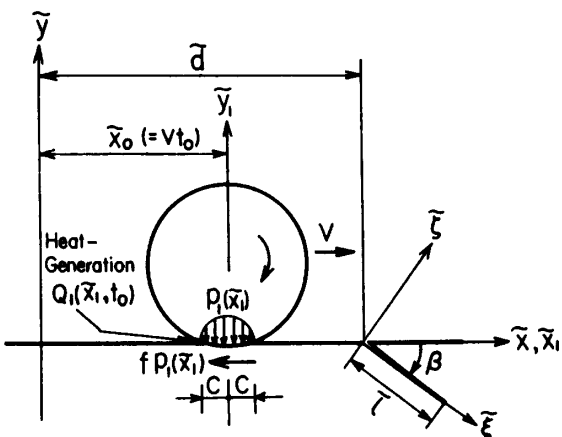


図1 座標系

面における力学的境界条件は次式のように表される。

$$(\sigma_{yy})_{y=0} = \begin{cases} P_0 P(x_1), & |x_1| < 1 \\ 0, & |x_1| > 1 \end{cases} \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$(\sigma_{xy})_{y=0} = \begin{cases} f P_0 P(x_1), & |x_1| < 1 \\ 0, & |x_1| > 1 \end{cases} \quad \dots\dots\dots (14)$$

また、無限遠では次式が成り立つ。

$$(\sigma_{ij})_{y \rightarrow -\infty} = 0, \quad (i, j = x, y) \quad \dots\dots\dots (15)$$

さらに、き裂面には内圧も摩擦力もないものとすれば、き裂面上での力学的境界条件は次式で与えられる。

$$(\sigma_{\xi\xi})_{\xi=0} = 0, \quad 0 < \xi < l \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$(\sigma_{\xi\xi})_{\xi=0} = 0, \quad \xi \in \xi_{op} \quad \dots\dots\dots (17)$$

ここで ξ_{op} はき裂の開口している領域を示す。

一般に応力 σ_{ij} はき裂のない半無限体の応力 σ_{ij}^0 とき裂による応力場 σ_{ij}^1 を重ね合わせて得られる。

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^0 + \sigma_{ij}^1 \quad (i, j = x, y \text{ or } \xi, \zeta) \quad \dots\dots\dots (18)$$

そこでまず σ_{ij}^0 は次式のように等温摩擦接触による応力 σ_{ij}^0 と、熱応力 $\lambda \sigma_{ij}^T$ の和として表される。

$$\sigma_{ij}^0 = \sigma_{ij}^0 + \lambda \sigma_{ij}^T \quad \dots\dots\dots (19)$$

ここで λ は熱発生の強さに関連する無次元パラメータで

$$\lambda = 2\alpha_0 T^* (1 + \nu) G / (1 - \nu) P_0 = f S_r H_0 P e \quad \dots\dots\dots (20)$$

境界条件式(13), (14), (15)を満足する等温接触問題の応力 σ_{ij}^0 に関してはすでに Johnson⁽¹⁶⁾ によって解が得られているので、式(15)および表面応力自由の境界条件を満足する熱応力 $\lambda \sigma_{ij}^T$ を次式のように温度場の表示に対応させて求める。

$$\lambda \sigma_{ij}^T = \int_0^t \sigma_{ij}^t dt + \sigma_{ij}^b \quad (i, j = x, y) \quad \dots\dots\dots (21)$$

ここで σ_{ij}^t および σ_{ij}^b はそれぞれ瞬間熱源およびき裂による温度場のかく乱に対応する熱応力であり、次式のように定義される熱弾性ポテンシャル Ω_a^t および Ω_b を用い、熱弾性基礎式によって求めることができる。

$$\nabla_1^2 \Omega_a^t = \frac{1 + \nu}{1 - \nu} \alpha_0 T_a^t, \quad \nabla^2 \Omega_b = \frac{1 + \nu}{1 - \nu} \alpha_0 T_b \quad \dots\dots\dots (22)$$

ここで

$$\nabla_1^2 = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_1^2}, \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad \dots\dots\dots (23)$$

式(22)に T_a^t と式(10)を代入し、 Ω_a^t については τ に関するラプラス変換

$$\bar{T} = \int_0^\infty T e^{-\rho \tau} d\tau$$

を利用し、 Ω_b については式(10)に対応し、それぞれ次式で表される。

$$\bar{\Omega}_a^t = \frac{(1 + \nu) \alpha_0}{(1 - \nu) \rho} \bar{T}_a^t \quad \dots\dots\dots (24)$$

$$\Omega_b = \frac{(1 - \nu) \alpha_0}{(\nu - 1)} \int_0^t \int_0^l \mu(\eta, t) \omega_b d\eta dt \quad \dots\dots\dots (25)$$

ただし

$$\nabla^2 \omega_b = \frac{\partial G_1(\xi, \zeta, \eta, t)}{\partial \xi^2} \quad \dots\dots\dots (26)$$

式(24), (25)を熱弾性基礎式および式(21)に代入すれば、温度場による熱応力が求まるが、この熱応力は表面で力学的境界条件を満足しないので、次の Neuber-Papkovich の応力関数 ϕ_0, ϕ_1 より導かれる応力を追加する。

$$\phi_m = \int_0^\infty A_m e^{s y} \cos(s x_1) ds \quad (m = 0, 1) \quad \dots\dots\dots (27)$$

ここで A_m は未定定数であり、半無限体表面で応力自由の境界条件から決定され、熱応力 $\lambda \sigma_{ij}^T$ を求めることができる。なお σ_{ij}^T の表示式は紙面の都合上省略する。

一方き裂による応力 σ_{ij}^1 を求めるために、き裂上の任意の点 $z = z_0$ に次式で定義される転位を考える。

$$\alpha = \frac{G([U_{\xi\xi}] + [U_{\zeta\zeta}]) e^{-i\theta}}{4i\pi c(1 - \nu)} \quad \dots\dots\dots (28)$$

ここで $[U_{ii}]$ は変位の不連続を表す。このとき転位による半無限体の応力は次式のような Muskhelishvili の応力関数を用いることによって求められる⁽¹⁷⁾。

$$\Phi_2(z) = \frac{\alpha}{z - z_0}, \quad \Psi_2(z) = \frac{\bar{\alpha}}{z - z_0} + \frac{\alpha \bar{z}_0}{(z - z_0)^2} \quad \dots\dots\dots (29)$$

$$\Phi_3(z) = \begin{cases} -\bar{\Phi}_2(z) - z \bar{\Phi}_2'(z) - \bar{\Psi}_2(z), & \text{Im}(z) < 0 \\ \Phi_2(z), & \text{Im}(z) > 0 \end{cases} \quad \dots\dots\dots (30)$$

このときき裂による応力 σ_{ij}^1 は、次式のようにこの転位をき裂に沿って連続分布させることにより得られる。

$$\sigma_{\xi\xi}^1 - i\sigma_{\xi\zeta}^1 = \int_0^l \sum_{k=2}^3 (\sigma_{\xi\xi}^k - i\sigma_{\xi\zeta}^k) \phi_{k, \nu_2} d\eta \quad \dots\dots\dots (31)$$

ここで $(\sigma_{\xi\xi}^k - i\sigma_{\xi\zeta}^k) \phi_{k, \nu_2}$ は次式のように、Muskhelishvili の表示⁽¹⁸⁾ で与えられる。

$$(\sigma_{\xi\xi}^k - i\sigma_{\xi\zeta}^k) \phi_{k, \nu_2} = \Phi_2(z) + \bar{\Phi}_2(\bar{z}) + \{z \bar{\Phi}_2'(z) + \bar{\Psi}_2(\bar{z})\} e^{2i\theta} \quad \dots\dots\dots (32)$$

$$(\sigma_{\xi\xi}^k - i\sigma_{\xi\zeta}^k) \phi_{k, \nu_3} = \Phi_3(z) + (1 - e^{2i\theta}) \bar{\Phi}_3(\bar{z}) - \Phi_3(\bar{z}) e^{2i\theta} + (z - \bar{z}) \bar{\Phi}_3'(\bar{z}) e^{2i\theta} \quad \dots\dots\dots (33)$$

ここで $\Phi_k'(z) = d\Phi_k(z)/dz$ で、 $\bar{\Phi}_k(\bar{z})$ は $\Phi_k(z)$ の共役な複素関数である。式(19), (31)を式(18)のように重ね合わせ、境界条件式(16), (17)に代入すれば次の特異積分方程式が得られる。

$$2e^{i\beta} \int_0^{\xi} \frac{\alpha(\eta)}{\xi-\eta} d\eta + \int_0^{\xi} \{\alpha(\eta)K_1(\xi, \eta) + \overline{\alpha(\eta)}K_2(\xi, \eta)\} d\eta = (-\sigma_{\xi\xi}^0 + i\sigma_{\xi\tau}^0)_{\xi=0} \dots (34)$$

ここで

$$K_1(\xi, \eta) = \widehat{\Phi}_3(z; z_0) + (1 - e^{2i\beta}) \overline{\Phi_3^*(z; z_0)} - e^{2i\beta} \widehat{\Phi}_3(\bar{z}; z_0) + e^{2i\beta}(z - \bar{z}) \overline{\widehat{\Phi}_3^*(z; z_0)}$$

$$K_2(\xi, \eta) = \Phi_3^*(z; z_0) + (1 - e^{2i\beta}) \overline{\widehat{\Phi}_3(z; z_0)} - e^{2i\beta} \overline{\Phi_3^*(\bar{z}; z_0)} + e^{2i\beta}(z - \bar{z}) \overline{\widehat{\Phi}_3'(z; z_0)}$$

$$\Phi_3^*(z; z_0) = \begin{cases} -(z_0 - \bar{z}_0)/(z - z_0)^2, & \text{Im}(z) < 0 \\ 0, & \text{Im}(z) > 0 \end{cases}$$

$$\widehat{\Phi}_3(z; z_0) = \begin{cases} -1/(z; \bar{z}_0), & \text{Im}(z) < 0 \\ 1/(z - z_0), & \text{Im}(z) > 0 \end{cases}$$

5. 数値計算

まず式(12)を選点法を用いて解き⁽¹⁹⁾, 数値的に $\mu(\xi, \tau)$ を求め式(4), (10)より温度場を決定した後, 式(34)を Gerasoulis⁽²⁰⁾の方法により数値的に解く.

$$\alpha(\eta) = P_0 \frac{\widehat{\alpha}(\bar{\eta})}{(1 - \bar{\eta}^2)^{1/2}} e^{-i\beta}, \quad \bar{\eta} = 2\eta/\xi - 1 \dots (35)$$

と置けば, 応力拡大係数は次式で与えられる.

$$K_I - iK_{II} = \pi P_0 \sqrt{2c} \widehat{\alpha}(1) \dots (36)$$

数値計算においては表面で $\widehat{\alpha}(-1) = 0$ と仮定し, 式(34)によって求めた α から導かれるき裂開口変位が負となる領域で $\text{Re}\alpha = 0$ とおき, 再度式(34)を数値的に解く. このような計算過程を繰り返し, 式(17)中のき裂開口領域 ξ_{op} を各時間ごとに決定する. 一例とし

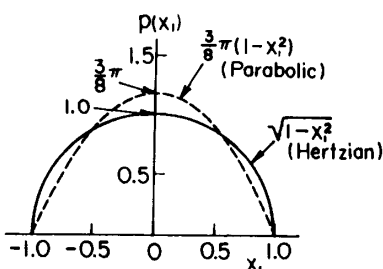


図2 接触圧力分布

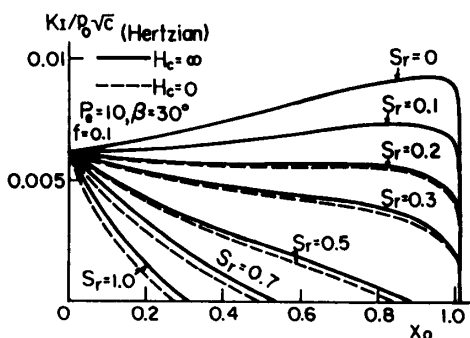


図3 K_I の変動に及ぼすすべり率の影響(ヘルツ分布)

て, $d=2, \iota=0.1, H_c=0.1, H_0=1^{(21)}$ として, 図2に示すようなヘルツ分布と双曲線分布の2種類の接触圧力分布 $p(x_1)$ の場合について, 応力拡大係数を数値的に明らかにした.

まず, き裂による温度場のかく乱が応力拡大係数に及ぼす影響を明らかにするために, き裂全面が断熱 ($H_c=0$) の場合とき裂による温度場のかく乱がない ($H_c=\infty$) 2通りの極端な場合について考える. 一例として, ペクレ数 $Pe=10$, 摩擦係数 $f=0.1$, き裂傾斜角 $\beta=30^\circ$ の場合について, 図3~6にはそれぞれヘルツおよび双曲線分布接触圧力の場合について, 種々のすべり率 S_r に対するモードIおよびIIの各応力拡大係数 K_I, K_{II} のローラの移動に伴う変動を示す. さらに, 図7にはこのときの応力拡大係数変動幅 $\Delta K_{II} = (K_{II})_{\max} - (K_{II})_{\min}$ について, 種々の摩擦係数 f に対する S_r による変動を示す. 一般に f や S_r が大きくなるほど摩擦熱も大きくなるので, き裂による温度場のかく乱 (H_c) の影響も大きくなっている. 図3, 4より, K_I はいずれの場合にも S_r が大きいときに少し H_c の影響をうけてはいるが, 一般に K_I は H_c によってあまり大きな影響を受けていないことがわかる. また K_I の値は $S_r=0$ すなわちすべりのない等温接触問題の

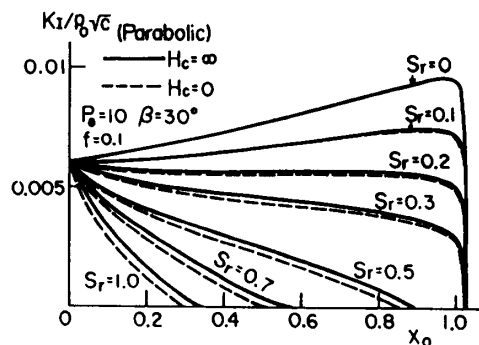


図4 K_I の変動に及ぼすすべり率の影響(双曲線分布)

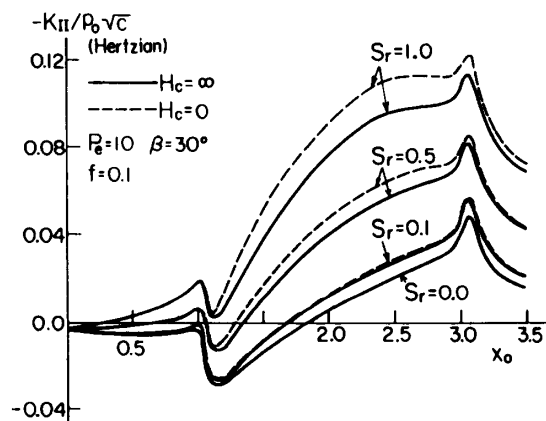


図5 K_{II} の変動に及ぼすすべり率の影響(ヘルツ分布)

場合に最も大きくなりローラがき裂にさしかかる直前で最大を示しているが、 S_r が大きくなるほど K_{II} の値は小さくなり S_r が 0.1 を越えるとローラが出发点 ($X_0=0$) に位置する等温接触問題の K_{II} 値が最も大きくなる。また図 5, 6 より K_{II} の変動はいずれの接触圧力分布の場合も $S_r \geq 0.5$ で H_c の影響をかなり受けている。さらに図 7 より、いずれの接触圧力分布の場合もすべり率が増加するほどまた摩擦係数が大きくなるほど、 ΔK_{II} の値は増加しまたき裂による温度場のかく乱 (H_c) による影響も大きくなっている。とくに、 $f=0.2$ では S_r が約 0.1 以下で、 $f=0.1$ では S_r が約 0.3 以下で、また $f=0.5$ では S_r が約 0.7 以下でそれぞれ H_c の影響をほとんど受けていないことがわかる。なお、図 3~7 で等温問題 ($S_r=0$ または $f=0$) の結果はすべて前報⁽⁸⁾の結果と一致している。

次にき裂傾斜角 β の影響を明らかにするために、一

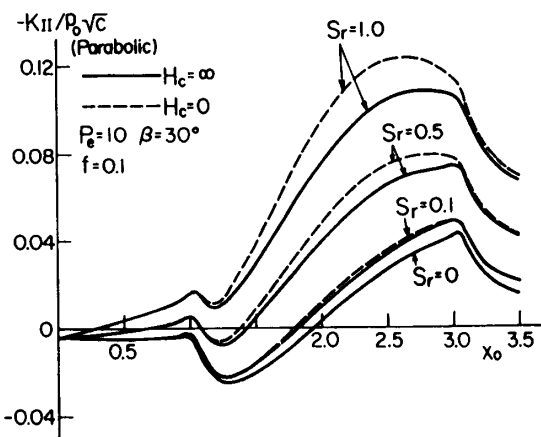


図 6 K_{II} の変動に及ぼすすべり率の影響(双曲線分布)図

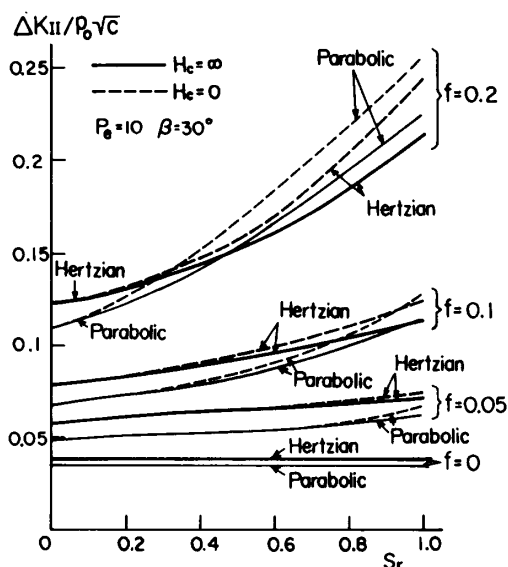


図 7 ΔK_{II} のすべり率 S_r による変動

例として $Pe=10$, $f=0.1$, $S_r=0.3$, $H_c=\infty$ の場合について、図 8, 9 には種々の β に対してそれぞれ K_I , K_{II} のローラの移動に伴う変動を示し、図 10 にはこのときの ΔK_{II} の β による変動を示す。図 8 より β が大きくなるほど垂直き裂に近づくので摩擦力がき裂を開く効果が大きくなり $x_0=0$ での $(K_I)_{max}$ の値も大きくなっている。また x_0 が大きくなりローラがき裂に近づいていけば温度上昇のため摩擦力がき裂を開く効果は減少し K_I の値は小さくなっていくが、 β が小さい

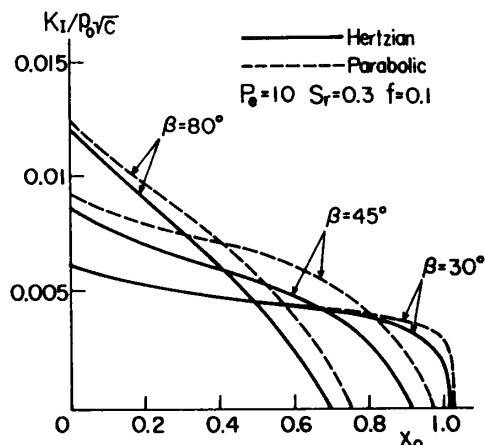


図 8 K_I の変動に及ぼすき裂角度 β の影響

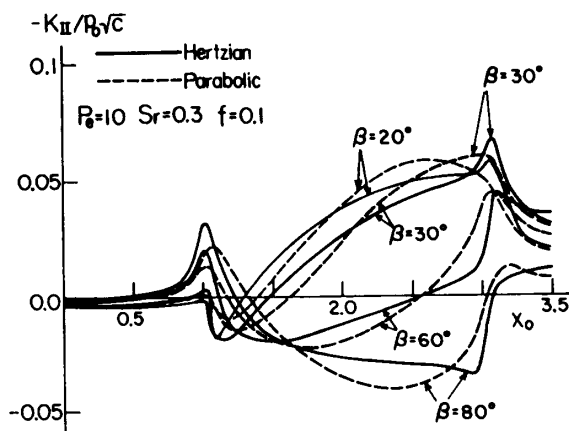


図 9 K_{II} の変動に及ぼすき裂角度 β の影響

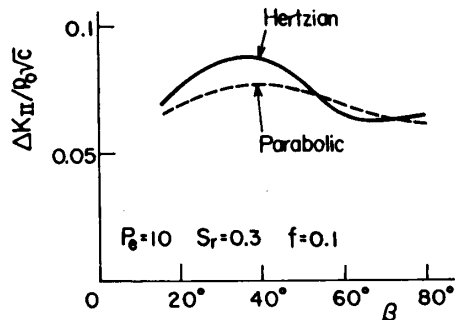


図 10 ΔK_{II} のき裂傾斜角度 β による変動

裂に対しては接触圧力がき裂を開く方向に寄与するため、例えば $x_0 \geq 0.8$ では β が小さいほど K_I は大きくなっている。また図9より K_{II} の変動は K_I のそれよりも β によって大きく影響を受けており、 β が 30° 程度の浅いき裂では K_{II} の値は最も大きくなっているが、 β が 60° に増加すると接触圧力と摩擦力がき裂面に与えるせん断の効果が減少し K_{II} の値も急激に小さくなる。さらに β が増加して 80° になると、き裂面でのせん

断応力の方向が逆になり $(K_{II})_{max}$ の符号は逆になっていく。また図10よりこのときの ΔK_{II} の値はいずれの接触圧力分布の場合にも β が約 40° あたりで最大となっている。

最後に、本解析モデルを準定常問題として取扱った前報⁽⁹⁾からの結果と本結果を比較してみる。比較にあたっては両者の流入熱流の大きさは同じで $\lambda=1.0$ と仮定し、 $f=0.1$ 、 $\beta=30^\circ$ の場合についてローラの移動速度(ペクレ数 Pe)が結果に及ぼす影響を検討する。ヘルツ分布と双曲線分布接触圧力の場合について、種々の Pe に対する K_I および K_{II} の変動をそれぞれ図11、12および図13、14に示す。図中前報⁽⁹⁾の準定常解の結果を破線で、本報の非定常解を実線で示してある。図11、12より K_I はいずれの場合にもローラがき裂上にさしかかる前で生じ、 $|x_0-d|$ が大きくなるほどローラはその出発点に近づくので非定常的効果がそれだけ著しくなり、とくに Pe が小さいとき両者の差も大きくなっている。図13、14より K_{II} はいずれの場合にもき裂が接触領域から抜け出るあたりで最大と

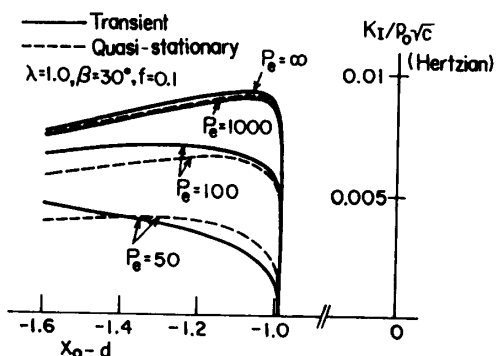


図 11 K_I の準定常解の結果⁽⁹⁾との比較(ヘルツ分布)

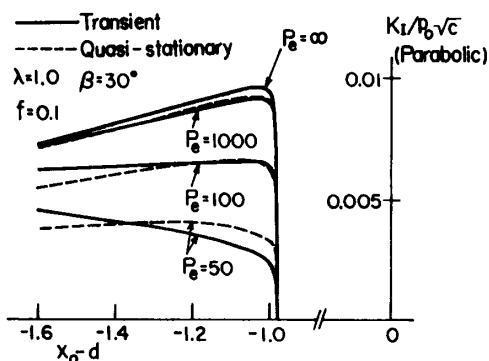


図 12 K_I の準定常解の結果⁽⁹⁾との比較(双曲線分布)

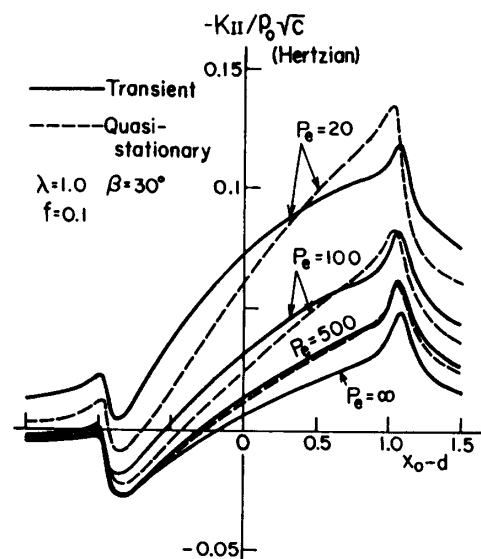


図 13 K_{II} の準定常解の結果⁽⁹⁾との比較(ヘルツ分布)

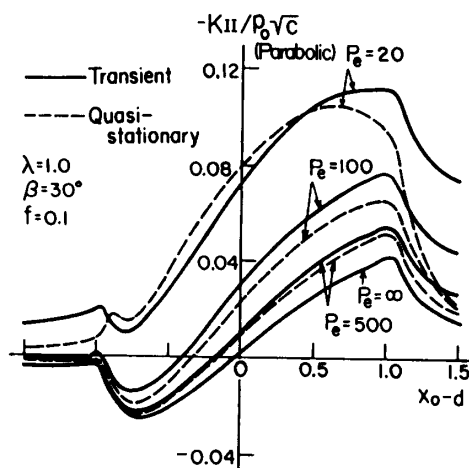


図 14 K_{II} の準定常解の結果⁽⁹⁾との比較(双曲線分布)

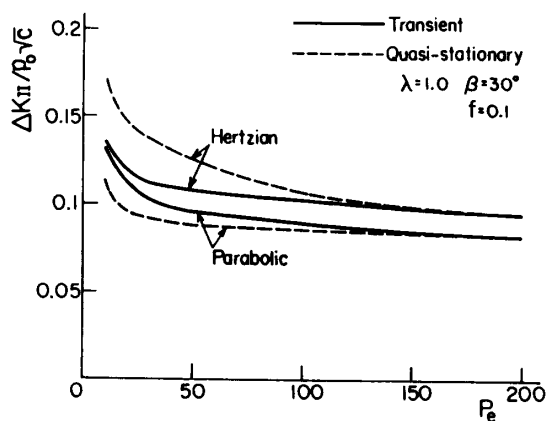


図 15 ΔK_{II} の準定常解の結果⁽⁹⁾との比較

なっているが、 Pe が小さくなるほど非定常解の最大値は準定常解のそれよりもやや遅れて生じ、ヘルツ接触圧力分布の場合は準定常解のほうが、双曲線接触圧力分布の場合は非定常解のほうがそれぞれ大きくなっている。ローラ移動速度が早くなり $Pe=500$ 程度になるといずれの場合も両者の変動はほぼ一致している。さらに、前報⁽⁹⁾の準定常解の転がり疲労等への適用限界(ペクレ数)を明らかにするために、図15にはこのときの ΔK_{II} の Pe による変動を示す。これより Pe が大きくなるに従って、準定常解の ΔK_{II} は非定常解と良く一致してくるが、 Pe が約100以下では Pe が小さくなるに従って両者の差も次第に大きくなっていく。また Pe が約150より大きくなればいずれの場合にも両者の ΔK_{II} は厳密に一致している。

6. 結 言

時間とともにステップ状に変化する摩擦熱を伴う転がりすべり接触を受ける半無限弾性体の表面き裂の応力拡大係数を解析し、比較的短いき裂に対しヘルツ分布と双曲線分布の接触圧力の場合について、摩擦係数やすべり率をパラメータとしてき裂による温度場のかく乱やき裂傾斜角度が応力拡大係数に及ぼす影響を数値的に明らかにし、さらに前報⁽⁹⁾の準定常解の適用限界(ペクレ数)を数値的に検討して次の結論を得た。

(1) き裂による温度場かく乱の影響はモードIよりもモードIIの応力拡大係数で大きく現れるが、摩擦係数が小さくすべり率もある値以下であればき裂による温度場のかく乱は無視してもよい。本数値例の範囲では摩擦係数が0.2, 0.1, 0.05の各場合に対しすべり率がそれぞれ0.1, 0.3, 0.7以下であれば、き裂による温度場のかく乱がモードIIの応力拡大係数変動幅に及ぼす影響はほとんど見られない。

(2) き裂傾斜角度の影響はモードIよりもモードIIの応力拡大係数で大きく現れ、本数値例の範囲では最大のモードII応力拡大係数は表面からのき裂傾斜角度が60°と80°の間でその符号が変わる。また本数値例では、表面からローラ進行方向に約40°程度傾斜したき裂の応力拡大係数変動幅が最大となる。

(3) ペクレ数が大きくなるに従って応力拡大係数

の準定常解は本研究の非定常解と良く一致してくる。とくにモードIIの応力拡大係数変動幅に関しては、本数値例の範囲では、ペクレ数が約100以下では準定常解の適用には大きな誤差を伴うが、ペクレ数が約150以上であれば準定常解を厳密に適用することができる。

最後に、本研究を遂行するにあたりご指導いただいた、Northwestern大学のL.M.Keer教授に深く感謝する。

文 献

- (1) Keer, L. M. and Bryant, M. D., *Trans. ASME, J. Lub. Technol.*, **105**(1983), 198.
- (2) Bryant, M. D., Miller, G. R. and Keer, L. M., *Q. J. Mech. Appl. Math.*, **37**(1984), 467.
- (3) Bower, A. F., *Cambridge University Technical Report, CUED/C-Mech/TR. 40*(1987), 1.
- (4) Kaneta M, Murakami, Y. and Yatsuzuka, H., *ASLE Trans.*, **28**(1985), 407.
- (5) Kaneta, M, Murakami, Y. and Yatsuzuka, H., *Tribology International*, **20**(1987), 210.
- (6) Goshima, T. and Keer, L. M., *Trans. ASME, J. Tribol.*, **112**(1990), 382.
- (7) Goshima, T., Hanson, M. T. and Keer, L. M., *J. Thermal Stresses*, **13**(1990), 237.
- (8) 五嶋, Keer, L. M., *機論*, **56-532, A**(1990), 2567.
- (9) Ling, F. F. and Mow, V. C., *Trans. ASME, J. Basic Eng.*, **87**(1965), 729.
- (10) Bryant, M. D., *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, **55**(1988), 87.
- (11) Barber, J. R. and Martin-Moran, C. J., *Wear*, **79**(1982), 11.
- (12) Barber, J. R., *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, **51**(1984), 636.
- (13) Azarkhin, A. and Barber, J. R., *Wear*, **102**(1985), 1.
- (14) 五嶋・ほか2名, *機論*, **52-474, A**(1986), 577.
- (15) Carslaw, H. S. and Jaeger, J. C., *Conduction of Heat in Solids*, (1959), 355, 361, Oxford.
- (16) Johnson, K. L., *Contact Mechanics*, (1984), 19, Cambridge University Press.
- (17) Dundurs, J., *Mathematical Theory of Dislocations*, (1975), 70, ASME, Publication.
- (18) Muskhelishvili, *Some Basic Problems in the Mathematical Theory of Elasticity*, (1954), 4th Ed., Noordhoff.
- (19) Hetnarski, R. B., *Thermal Stresses II*, (1987), 85, North-Holland.
- (20) Gerasoulis, A., *Compt. Math. Applics.*, **8**(1982), 15.
- (21) Hills, D. A. and Barber, J. R., 文献(13)の15ページ。