

942 摩擦熱を伴う転がり接触を受ける三次元内部傾斜き裂の進展挙動 Three Dimensional Internal Inclined Crack Growth Behavior due to Repeated Rolling Thermoelastic Contact

○学 内山 隆嗣(富山大院) 正 清水 理能(富山大) 正 五嶋 孝仁 正 石原 外美
Ryuuji UCHIYAMA, Masayoshi SHIMIZU, Takahito GOSHIMA, Sotomi ISHIHARA,
Toyama University Toyama-shi Gofuku 3190

Key Word : Thermal Stress, Three Dimensional Fracture Mechanics, Rolling Contact
Internal Planer Crack, Crack Propagation

1. 緒言

歯車、転がり軸受けでは疲労き裂や圧延ローラーのスポンリングなど、繰り返し転がり接触により、内部き裂が発生、進展して疲労損傷に至る事故例が多い。そのため転がり接触を受ける内部にき裂を有する半無限体の解析が多くなされてきたが、その多くは二次元解析である。

そこで本研究では三次元内部き裂を有する半無限体が繰り返し転がり接触を受ける場合の解析を行いき裂進展形状、き裂進展挙動寿命について応力状態より検討した。

2. 理論解析

2.1 解析モデルと境界条件

図1のように内部に円形き裂が存在する半無限体に一定速度 V で移動するローラーによる転がり接触をうけるモデルについて考える。このときローラーによって接触圧力 $P(x)$ と摩擦力 $fP(x)$ および摩擦熱 $q(x)$ が加わるものとする。ここでき裂面に圧力も摩擦もないものとするれば力学的および熱的境界条件は次式で与えられる。

$$\sigma_{22}(x_1, 0, x_3) = \begin{cases} -P(x) & |x| < c \\ 0 & |x| > c \end{cases} \quad (1)$$

$$\sigma_{23}(x_1, 0, x_3) = \begin{cases} -fP(x) & |x| < c \\ 0 & |x| > c \end{cases} \quad (2)$$

$$\sigma_{21}(x_1, 0, x_3) = 0 \quad -\infty < x_1, x_3 < +\infty \quad (3)$$

$$\sigma_{ij}(x_1, x_2, x_3) = 0 \quad x_2 \rightarrow \infty \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (4), (5)$$

$$T(x, y) = 0 \quad \text{at infinity}$$

$$\sigma'_{33}(x'_1, x'_2, 0) = 0 \quad x'_1, x'_2 \in D \quad (6)$$

$$\sigma'_{3i}(x'_1, x'_2, 0) = 0 \quad x'_1, x'_2 \in D \quad i = 1, 2 \quad (7)$$

ここで f は摩擦係数、 D は平面き裂領域また σ'_{33} のプライムは (x'_1, x'_2, x'_3) 座標を示す。またローラーに熱は伝達されないものとし摩擦熱はすべて半無限体に伝達されるものと仮定する。ここで摩擦による仕事がすべて熱に変換されるものとするれば接触領域において生じる摩擦熱 $q(x)$ は次式で表される。

$$q(x) = fV_0 P(x) = fVSrP(x) \quad (8)$$

ここで Sr はすべり率である。さらに本解析における圧力分布は Hertz 分布を考えるものとする。

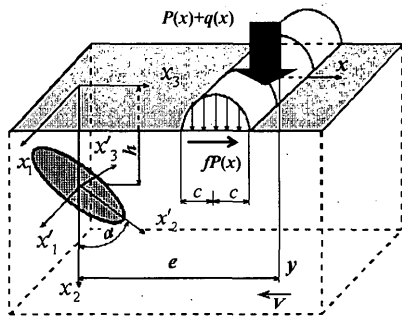


Fig 1 Geometry and Coordinate System

2.2 応力拡大係数の解析

一般に応力場 σ_{ij} はき裂のない半無限体の応力 σ_{ij}^0 にき裂による応力場のかく乱 σ_{ij}^1 を重ね合わせて求めることができる。

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^0 + \sigma_{ij}^1 \quad (9)$$

このとき境界条件を満足する σ_{ij}^0 はすでに求められており例えば熱応力の解は次のように与えられる。

$$\frac{\sigma_{ij}^r}{H} = \int_1^1 F_{ij}^c(\bar{x}, \bar{y}, t) dt \quad \bar{x} \leq -1 \quad i, j = 2, 3 \quad (10)$$

$$\frac{\sigma_{ij}^r}{H} = \int_{-1}^{\bar{x}} F_{ij}^p(\bar{x}, \bar{y}, t) dt + \int_1^1 F_{ij}^c(\bar{x}, \bar{y}, t) dt \quad -1 < \bar{x} < 1 \quad i, j = 2, 3 \quad (11)$$

$$\frac{\sigma_{ij}^r}{H} = \int_1^1 F_{ij}^p(\bar{x}, \bar{y}, t) dt + \int_1^1 F_{ij}^c(\bar{x}, \bar{y}, t) dt \quad \bar{x} > 1 \quad i, j = 2, 3 \quad (12)$$

$$F_{ij}^p(\bar{x}, \bar{y}, t) = \frac{4\sqrt{1-t^2}}{Pe\sqrt{\pi Pe}} \Gamma_{ij}^p(\bar{x}, \bar{y}, t) \exp\left[-\frac{Pe\bar{y}^2}{4(\bar{x}-t)}\right] \quad i, j = 2, 3 \quad (13)$$

$$F_{ij}^c(\bar{x}, \bar{y}, t) = \frac{\sqrt{2}\sqrt{1-t^2}\bar{y}^{-1/2}}{Pe\sqrt{\pi Pe}} \Gamma_{ij}^c(\bar{x}, \bar{y}, t) + \frac{8\sqrt{1-t^2}\gamma^r(t)}{\pi Pe\bar{y}[y^2(t)+1]} \quad i, j = 2, 3 \quad (14)$$

ここで Γ_{ij}^p , Γ_{ij}^c は \bar{x} , \bar{y} の関数である。また、き裂による応力場のかく乱 σ_{ij}^1 を求めるために、半無限体中のき裂の体積を Ω とし、その中に eigen ひずみ ϵ_{mm}^* を分布させる。このとき表面で応力自由の境界条件を満足するような eigen ひずみ ϵ_{mm}^* による半無限体の変位はグリーン関数 G_1 を用いて次式で表される⁽¹⁾。

$$\sigma_{ij}^1(x) = C_{qpmn} \epsilon_{mn}^* \frac{\partial G_1^{(q)}(x, \xi)}{\partial x_i \partial \xi_p} d\xi \quad (15)$$

さらに平面き裂領域 D のき裂開口変位は次式のようになる。

$$b_m^i(\xi'_1, \xi'_2) = 2 \int_D \epsilon_{3m}^*(\xi'_1, \xi'_2, \xi'_3) d\xi'_3 \quad (m = 1, 2, 3) \quad (16)$$

これらを境界条件式に代入することで次の積分方程式が得られる。

$$\sum_{m=1}^3 \int_D b_m^i(\xi'_{12}) K_m(x'_{12}, \xi'_{12}) d\xi'_{12} = -\sigma'_{3i}(x'_1, x'_2, 0) \quad x'_i \in D \quad (17)$$

さらに平面き裂領域 D を N 個の三角形要素に分割しガウスの二重積分を適用することで数値的に解くものとする。

2.3 疲労き裂進展の数値シミュレーション

き裂が進展する場合は一般に混合モードで進展するためパリス則を修正する必要がある。そこで応力拡大係数変動幅 ΔK をエネルギー開放率 ΔG で置き換えるものとする。このときエネルギー開放率は次式のようになる。

$$\Delta G = ((1-\nu)K_{max}^2 + (1-\nu)\Delta K_{II}^2 + \Delta K_{III}^2) / 2\mu \quad (18)$$

このエネルギー開放率が、き裂縁における下限界値 ΔG_{th} を超えるとき裂が進展すると考えた。このときき裂進展速度は次式のようになる⁽¹⁾。

$$\frac{da}{dN} = \begin{cases} C_0 \left(\frac{\sqrt{\Delta G}}{\sqrt{\Delta G_{th}}} \right)^7 & \text{if } \Delta G \geq \Delta G_{th} \\ 0 & \text{if } \Delta G < \Delta G_{th} \end{cases} \quad (19)$$

ここで C_0 と γ は材料定数, N はサイクル数, ΔG_{th} はき裂進展に対するエネルギー開放率下限値である. 以下にき裂進展のシミュレーションの手順を示す.

- (1) 1 サイクル中の応力拡大係数の数値計算例をもとに ΔG を決定する.
- (2) き裂前縁の各点での (da/dN) を計算する. 進展速度が最大になった $(da/dN)_{max}$ の点において, き裂進展の刻み量 $(\Delta a)_{max}$ を決め, $(\Delta a)_{max} = (da/dN)_{max} \Delta N$ より ΔN を決定する. そして $(\Delta a) = (da/dN) \Delta N$ よりき裂前縁のほかの各点より Δa を決定する.
- (3) き裂前縁の各点での Δa が求まるので, 新しいき裂形状が決定される.

3. 数値解析

3.1 数値解析条件

解析には高炭素クロム軸受け鋼を用い初期平面き裂半径を $a = b = 40\mu\text{m}$, 接触半幅を $c = 400\mu\text{m}$, ペクレ数を $Pe = 100$, ヘルツ分布接触圧力 $P_{max} = 2.0\text{GPa}$ とする. また材料定数 $C_0 = 2.0 \times 10^{-11}$, $\gamma = 4$ とし以下の計算に用いる. また ΔG_{th} は

$$\Delta G_{th} = (1 - \nu^2) (\Delta K_{th})^2 / E_0 \quad (20)$$

で与えられ値を $\Delta K_{th} = 3.4 [\text{MPa}^{1/2}]$ とし, き裂傾斜角度 α は $0^\circ \sim -180^\circ$ まで 15° 刻みに解析を行った.

3.2 解析結果

図2にき裂の進展形状を示す. $\alpha = 0^\circ$ の場合は表面から深い方向へ大きく進展し, $\alpha = -90^\circ$ では, 水平方向にほぼ同程度進展していく傾向がある. $\alpha = -15^\circ$ は, すべり率, 摩擦係数がともに 0.5 の場合には, 最初は深い方向に進展するが, 進展が進むにつれ最大の進展量を示す方向が逆になり, 表面方向に大きく進展する. また, 中間部分では進展量が著しく小さくなる部分があり, 全体的に歪な形状に進展していることがわかる.

図3にき裂の大きさが $80\mu\text{m}$ まで進展した時を転がり疲労寿命とし, き裂傾斜角度 α が寿命に及ぼす影響を示す. 深さ $h = 100\mu\text{m}$, $170\mu\text{m}$ のときの, き裂傾斜角度 α による転がり疲労寿命 N_f の変化を示す. 深さ $h = 100\mu\text{m}$ の場合, 摩擦係数が大きくなると, き裂傾斜角度に対し寿命の増減の幅が大きくなっていることがわかる. この傾向は深さが深くなると見られなくなる. また, いずれの場合も, 摩擦係数が小さいときは, $\alpha = 0^\circ$, -90° 付近で寿命は最小となり, 摩擦係数が大きくなるとそれぞれ, $\alpha = -135^\circ$, -45° に近づいていくことがわかる. しかし, 深さが深くなるにつれ, その移動量は減少していく. さらにすべり率の大きい場合の方がその傾向は顕著である.

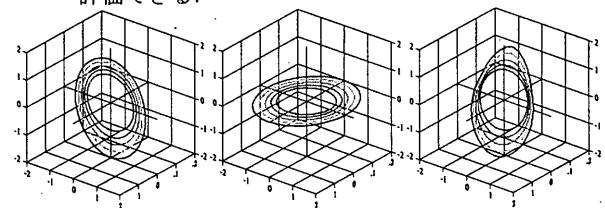
図4にき裂のない場合の応力状態として最大せん断応力 τ_{max} の分布を示す. き裂の進展形状に関して, 垂直き裂では, き裂下部が大きく進展しているのは, 表面に比べ内部の方が大きなせん断応力が生じているためである. $\alpha = -15^\circ$ 時のき裂進展形状が歪になった原因として, 進展初期において, 内部に生じた応力によりき裂下部における進展が大きくなる. しかし, き裂が進展するにつれて表面に生じた大きな応力によりき裂上部への進展が大きくなる. き裂がほとんど進展しない部分に関しては表面と内部の高い応力を示した位置の間に応力が小さい部分が存在するためと考えられる.

進展寿命と傾斜角度については, き裂深さが浅い $h = 100\mu\text{m}$ で摩擦係数が小さい場合, すべり率によって変化が見られないのは図4(a), (b)からわかるように分布の違いが少ないためである. 逆に摩擦係数が大きくなると増減の幅が大きくなり, き裂傾斜角度で寿命が変化するのは, 摩擦力により表面に生じたせん断力によるものと考えられる. き裂傾斜角度で変化するのは, 摩擦力により表面に

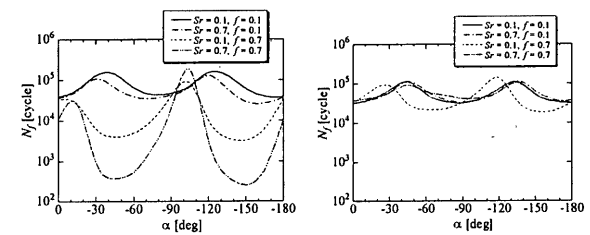
生じた大きなせん断応力によるものと考えられる. さらに深くなるとその影響が小さくなり, $h = 200\mu\text{m}$ では $Sr = 0.7$, $f = 0.7$ を除き, き裂傾斜角度による寿命が一致している. 図4(a) ~ (c)では摩擦力による最大せん断応力が $x_3/c = 0.25$ である $h = 100\mu\text{m}$ までしか生じず, それに対して $Sr = 0.7, f = 0.7$ の図4(e)では $x_3/c = 0.5$ である $h = 200\mu\text{m}$ までこの最大せん断応力が生じているためと考えられる.

4. 結言

- (1) 水平き裂を除き, き裂はすべり率および摩擦係数が小さい場合ではき裂は深い方向に進展していく. しかし, すべり率および摩擦係数が大きい場合には表面に大きく進展する.
- (2) 進展寿命はすべり率に比べ摩擦係数の影響を大きく受ける.
- (3) Hertz 接触を受ける内部き裂の進展挙動と進展寿命はき裂のない熱応力場によってある程度定性的に評価できる.



($\alpha = 0^\circ$ $Sr = 0.1$ ($\alpha = -90^\circ$ $Sr = 0.1$ ($\alpha = -15^\circ$ $Sr = 0.5$
 $f = 0.1$ $h = 100\mu\text{m}$) $f = 0.1$ $h = 100\mu\text{m}$) $f = 0.5$ $h = 100\mu\text{m}$)
 Fig 2 Crack Growth Contours



($h = 100\mu\text{m}$) ($h = 200\mu\text{m}$)
 Fig 3 Fatigue Life vs. Angle of Inclined Crack

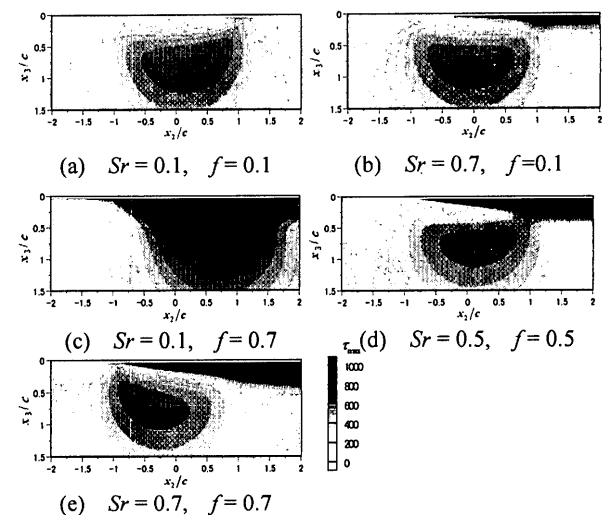


Fig 4 Maximum Shear Stress Distribution due to Rolling Contact

参考文献

- (1) Toshio, M., Micromechanics of defects in solids, pp.6
- (2) Goshima, T., Hanson, M. T., Keer, L. M., J. Thermal Stresses, 13(1990), 237