

圧入工程における短円柱の応力解析*

清水理能^{*1}, 五嶋孝仁^{*2}, 森脇稔仁^{*3}
扇嘉哉^{*4}, 麦島芳明^{*4}

Stress Analysis of a Circular Cylinder in Pressing Fit Process

Masayoshi SHIMIZU^{*5}, Takahito GOSHIMA, Toshihito MORIWAKI,
Yoshiya OUGI and Yoshiaki MUGISHIMA^{*5} Faculty Engineering, Toyama University,
3190 Gofuku, Toyama-shi, Toyama, 930-8555 Japan

This paper considered stress analysis of a circular cylinder in pressing fit process. The pressing fit experiment was conducted, the strain of the center part of circular cylinder was measured, and the stress was calculated. As a result, the load has increased while pressing fit process. And the load of a circular cylinder with roulette has decreased greatly. At first the compression stress increases in pressing fit process and the stress decreases in pressing about the half of specimens. When the ratio of contact area increases, the compression stress increases. Stress analysis of a circular cylinder in pressing fit process by three-dimensional elasticity theory and finite element methods (FEM). In three-dimensional elasticity theory, stress solution was given using Boussinesq-Dougall displacement function. And stress was calculated by Dini transformation and Fourier transformation. In FEM, stress was calculated using MARC. The analytical results agree with experimental data.

Key Words: Structural Analysis, Elasticity, Experimental Stress Analysis, Contact Problem, Numerical Analysis, Finite Element Method, Circular Cylinder Pressing Fit

1. 結 言

鉄道や自動車などの電装品には多くのダイオードが内部に使用されている。従来ダイオードは取り付けられている短円柱の部品を放熱するための部材にはんだによって接続していた。しかしながら、はんだは鉛を含むため、はんだを使わない、はんだフリー化が考えられ、近年ではダイオードの載った短円柱を穴の開いた部材に直接圧入する工程が新しく開発されている。これにより更なる高効率化やコストダウンが望まれている。

この短円柱を穴部材に圧入する工程において、ダイオードに生じるひずみがダイオードの動作耐久寿命に大きく影響することから、ダイオードに生じるひずみを知ることが必要とされる。そのためには短円柱の圧入過程において短円柱の中心部の応力を知ることが

重要となる。

円柱の三次元弾性解析に関しては以前から多くの報告がある^{(1),(2),(3)}。例えば斎藤⁽⁴⁾は側面と端面に軸対称荷重を受ける有限長円柱の三次元軸対称問題の応力解析を行っている。また、奥村ら⁽⁵⁾は側面表面上に部分分圧を受ける横等方性短円柱の非軸対称応力問題を三次元的に解析している。熱応力については、Warrenら⁽⁶⁾は一樣加熱される端面拘束半無限円柱の熱応力を解析している。また、五嶋ら^{(7),(8)}は円周表面温度が与えられ、両端面が剛体で拘束された円柱に生じる非定常熱応力や、同半径の端面で接合された異種材料短円柱からなる複合短円柱が、一樣な温度場に置かれたときの定常熱応力を三次元的に解析している。以上のように円柱問題は多く報告されているが、短円柱の側面が局部的に移動する接触荷重と摩擦力を同時に受けるような場合の解析はまったく報告されていないようである。

そこで本研究では、短円柱圧入過程の類似モデルによる実験をし、有限要素法や三次元弾性論を用いた圧入モデルによる数値解析によって中心部の応力状態を

* 原稿受付 2005年3月22日。

^{*1} 正員, 富山大学工学部(☎930-8555 富山市五福3190)。^{*2} フェロー, 富山大学工学部。^{*3} 学生員, 富山大学大学院理工学研究科。^{*4} サンケン電気(株)(☎352-8666 新座市北野3-6-3)。

E-mail: shim@eng.toyama-u.ac.jp

解明し、解析結果の実際問題への適用について考察することを目的とする。それらの数値解析の中で、いまだ解析されていない円柱の表面移動接触問題を三次元弾性論により厳密に解析することも目的とする。

2. 圧入試験

2.1 試験片形状 短円柱には測定可能となるようなある程度大きなひずみが現れるように、軟らかいアルミニウム合金(AI #5052)を用いる。また、スムーズに圧入させるため、円孔板は短円柱と同じ材料を用いることとする。

試験片の形状を図1に示す。実機の側面には圧入しやすくするため短面に溝形状が加工されている。そのため、短円柱の側面を図1に示すように加工し、接触面積比(接触面積/円孔内表面積)を2/3, 1/2, 1/3にしたものについても実験を行った。

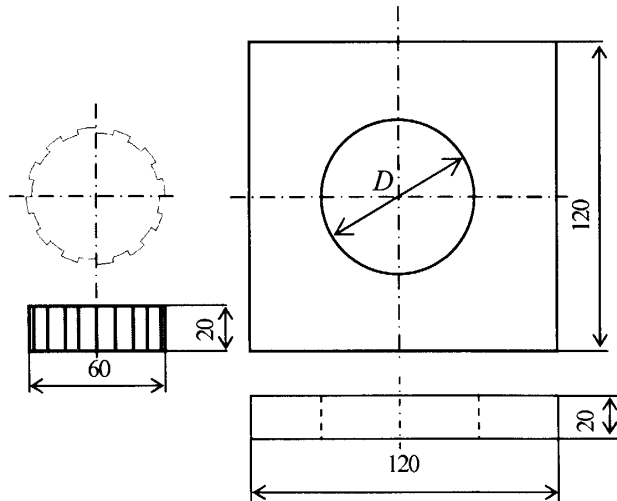


Fig.1 Shape and Dimensions of Specimen

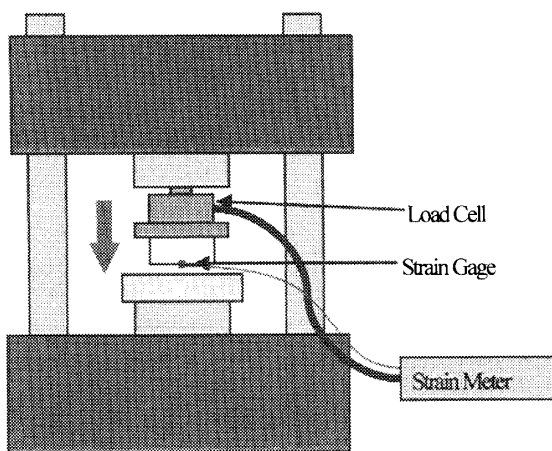


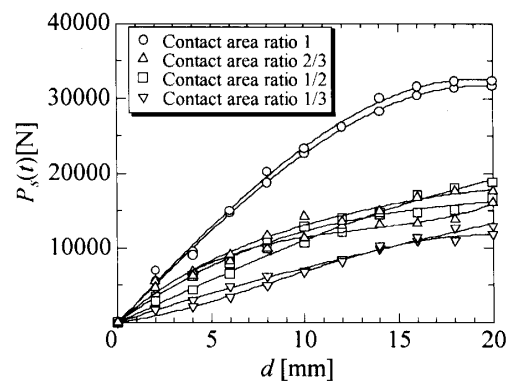
Fig.2 Apparatus for Experiment of Pressing Fit

Table 1 Material Properties (Al#5052)

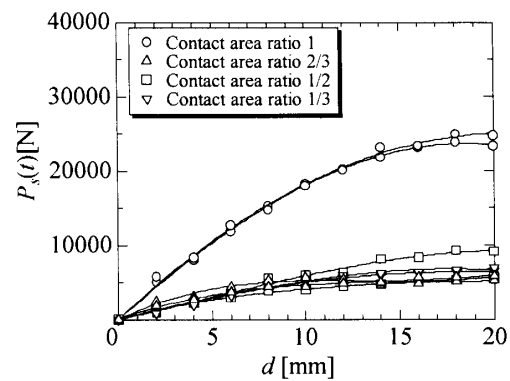
Young's Modulus E	69.3GPa
Poisson's Ratio ν	0.33

2.2 試験方法 圧入試験には万能試験機を用いた。概略図を図2に示す。円孔板の上に短円柱を置き、その上にロードセルを乗せて、万能試験機によって矢印方向に荷重を加え圧入した。短円柱下端中心部にひずみゲージを貼り、ストレインメーターを通してひずみの値およびロードセルによる荷重の値を読み取ることとした。

2.3 試験結果 ロードセルにより測定した圧入距離による実働荷重の変動をそれぞれ図3に示す。図中の(a), (b)はそれぞれ短円柱直径が 5990mm, 5995mm の場合を示す。どの試験片でも圧入距離の増加にもない、実働荷重も増加していることがわかる。また、接触面積が小さくなると実働荷重は小さくなるが、特に短円中直径が 5995mm の場合では接触面積比 1 の場合に比べ、他の試験片では大きく値が減少する。

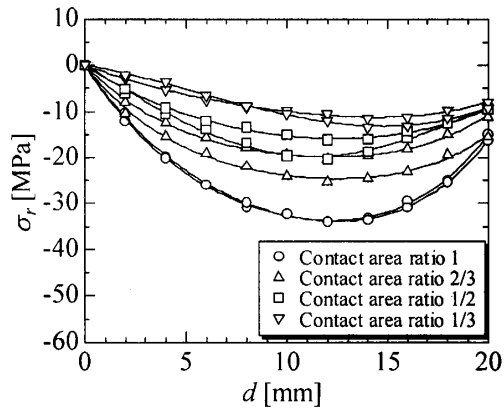


(a) $D=5990\text{mm}$

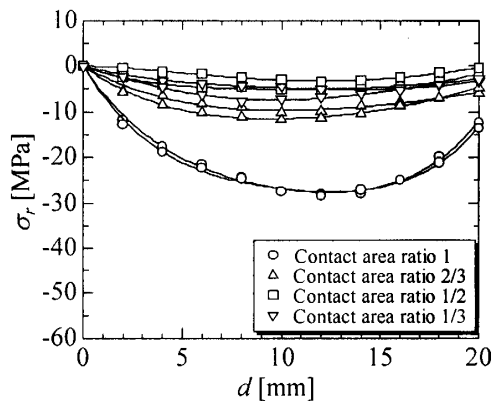


(b) $D=5995\text{mm}$

Fig.3 Load of Pressing Fit



(a) $D=59.90\text{mm}$



(b) $D=59.95\text{mm}$

Fig.4 Stress of Circular Cylinder in Pressing Fit

短円柱直径が 59.90mm, 59.95mm の場合の圧入距離による短円柱下端中心部の応力の変動をそれぞれ図 4(a)と(b)に示す。どの試験片でも圧入の増加にともない圧縮応力も増加し、約半分を過ぎたあたりで圧縮応力の値が減少し始める。また、接触面積比が大きくなると圧縮応力も大きくなる。

3. 短円柱の三次元弾性解析

3.1 圧入工程のモデル化 本研究におけるような短円柱と円孔の接触問題を解析的に扱うには、一般的に混合境界値問題として取り扱う必要があり、その解析手法は非常に複雑である。加えて、圧入時の削り取り現象や塑性変形なども考慮するとなれば、実際問題の厳密な解析はかなり困難である。そこで、本解析では短円柱と円孔板の接触問題を以下のように単純化し、解析が容易な第 1 種境界値問題として扱うこととする。

解析モデルを図 5 に示す。短円柱の寸法を半径 a 、厚さ $2H$ とし、円孔板を半径 a の円孔を有する厚さ $2H$ の無限厚板と仮定する。接触開始点での時間を $t=0$ と

して、任意時間 t で図 5 のような接触状態とする。このとき圧入距離 d は式(1)で表される。

$$d = V_p \cdot t \tag{1}$$

ここで V_p は圧入速度 t は接触開始後の任意時間 ($t \leq 2H/V_p$) とする。短円柱上端面は圧入荷重 $P_s(t)$ で圧入され、側面と円孔内面の接触面にはせん断応力 τ_0 が生じる。このとき単純化のためせん断応力 τ_0 は接触面に一様に分布するものと仮定する。また短円柱側面と円孔内面の接触圧力 P_0 は、短円柱と円孔を有する無限厚板を焼きばめし Δa で焼きばめたときに生じる焼きばめ圧力と仮定する。このとき接触圧力 P_0 は式(2)で求めることができる⁽⁹⁾。接触圧力 P_0 も単純化のため接触面に一様に分布するものと仮定する。

$$P_0 = \frac{\Delta a \cdot E_1 \cdot E_2}{a\{(1+\nu_2)E_1 + (1-\nu_1)E_2\}} \tag{2}$$

3.2 短円柱の解析モデル 本解析において問題となるのは短円柱中心部の応力であるため、短円柱についてのみ考えるものとする。短円柱の上端面に z_1 軸の負の方向から一様な圧入応力 σ_s を受けるものとする。このとき σ_s は次式の様になる。

$$\sigma_s = \frac{P_s(t)}{\pi a^2} \tag{3}$$

また接触部分 d には接触圧力 P_0 とせん断応力 τ_0 が働くものとする。このときは τ_0 の合力は圧入荷重 $P_s(t)$ とつり合わなければならないため、 τ_0 は側面の接触面積と圧入荷重より式(4)の様に表される。

$$\tau_0 = \frac{P_s(t)}{2\pi a d} \tag{4}$$

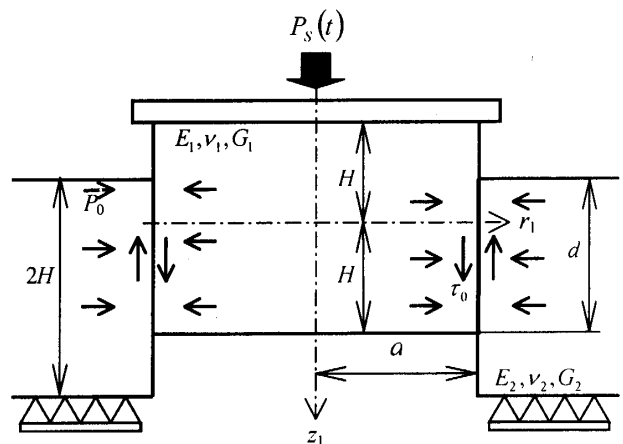


Fig.5 Geometry and Coordinate System

なお、解析にあたっては、以下の無次元変数を用いる。

$$\rho = \frac{r_1}{a}, \quad \zeta = \frac{z_1}{a}, \quad h = \frac{H}{a}, \quad \omega = \frac{d}{a} \quad (5)$$

このとき境界条件は以下の様に表される。

$$\text{上端面: } (\sigma_z)_{\zeta=h} = \sigma_s \quad (6)$$

$$(\tau_{rz})_{\zeta=h} = 0 \quad (7)$$

$$\text{側面: } (\sigma_r)_{\rho=1} = \begin{cases} -P_0 & , h-\omega < \zeta < h \\ 0 & , -h < \zeta < h-\omega \end{cases} \quad (8)$$

$$(\tau_{rz})_{\rho=1} = \begin{cases} -\tau_0 & , h-\omega < \zeta < h \\ 0 & , -h < \zeta < h-\omega \end{cases} \quad (9)$$

$$\text{下端面: } (\sigma_z)_{\zeta=0} = 0 \quad (10)$$

$$(\tau_{rz})_{\zeta=0} = 0 \quad (11)$$

3.3 三次元弾性解析 三次元軸対称問題の弾性基礎式の解は、Boussinesq-Dougall の変位関数を用いて、式(12)~(15)の様に表される⁽¹⁰⁾。

$$\frac{\sigma_r}{2G_1} = \frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial \rho^2} + \zeta \frac{\partial^2 \varphi_3}{\partial \rho^2} - 2\nu_1 \frac{\partial \varphi_3}{\partial \zeta} \quad (12)$$

$$+ \rho \frac{\partial^2 \varphi_4}{\partial \rho \partial \zeta} + (1-2\nu_1) \frac{\partial \varphi_4}{\partial \zeta}$$

$$\frac{\sigma_\theta}{2G_1} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \varphi_0}{\partial \rho} + \frac{\zeta}{\rho} \frac{\partial \varphi_3}{\partial \rho} - 2\nu_1 \frac{\partial \varphi_3}{\partial \zeta} + (1-2\nu_1) \frac{\partial \varphi_4}{\partial \zeta} \quad (13)$$

$$\frac{\sigma_z}{2G_1} = \frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial \zeta^2} - 2(1-\nu_1) \frac{\partial \varphi_3}{\partial \zeta} + \zeta \frac{\partial^2 \varphi_3}{\partial \zeta^2} \quad (14)$$

$$- \rho \frac{\partial^2 \varphi_4}{\partial \rho \partial \zeta} - 2(2-\nu_1) \frac{\partial \varphi_4}{\partial \zeta}$$

$$\frac{\tau_{rz}}{2G_1} = \frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial \rho \partial \zeta} - (1-2\nu_1) \frac{\partial \varphi_3}{\partial \rho} + \zeta \frac{\partial^2 \varphi_3}{\partial \rho \partial \zeta} \quad (15)$$

$$- 2(1-\nu_1) \rho \frac{\partial \varphi_4}{\partial \rho} + \rho \frac{\partial^2 \varphi_4}{\partial \zeta^2}$$

ここで、式中の $\varphi_0, \varphi_3, \varphi_4$ は以下の調和関数を満たす応力関数を表す。

$$\nabla^2 \varphi_0 = \nabla^2 \varphi_3 = \nabla^2 \varphi_4 = 0 \quad (16)$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (17)$$

また応力関数 $\varphi_0, \varphi_3, \varphi_4$ は第1種ベッセル関数 J_0, J_1 、第1種変形ベッセル関数 I_0, I_1 および双極線関数 ch, sh を用いて式(18)~(20)で表すことができる。

$$\begin{aligned} \varphi_0 = & \frac{R}{2} (\rho^2 - 2\zeta^2) \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_0(\rho \beta_m)}{\beta_m J_1(\beta_m)} \left\{ A_m \frac{\text{ch}(\zeta \beta_m)}{\text{sh}(h \beta_m)} + B_m \frac{\text{sh}(\zeta \beta_m)}{\text{ch}(h \beta_m)} \right\} \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_0(\rho \gamma_n)}{\gamma_n^2 I_1(\gamma_n)} C_n \cos(\zeta \gamma_n) \\ & + \sum_{l=1}^{\infty} \frac{I_0(\rho \delta_l)}{\delta_l I_1(\delta_l)} D_l \sin(\zeta \delta_l) \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \varphi_3 = & M \zeta \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_0(\rho \beta_m)}{J_1(\beta_m)} \left\{ F_m \frac{\text{sh}(\zeta \beta_m)}{\text{sh}(h \beta_m)} + E_m \frac{\text{ch}(\zeta \beta_m)}{\text{ch}(h \beta_m)} \right\} \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \varphi_4 = & L \zeta \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_0(\rho \gamma_n)}{\gamma_n I_1(\gamma_n)} G_n \sin(\zeta \gamma_n) \\ & + \sum_{l=1}^{\infty} \frac{I_0(\rho \delta_l)}{\delta_l I_1(\delta_l)} H_l \cos(\zeta \delta_l) \end{aligned} \quad (20)$$

ここで β_m ($m=1, 2, 3, \dots$)は $J_0(\beta) = 0$ の零点であり

$$\gamma_n = \frac{n\pi}{h} \rightarrow \sin(h\gamma_n) = 0 \quad (n=1, 2, 3, \dots) \quad (21)$$

$$\delta_l = \frac{(2l-1)\pi}{2h} \rightarrow \cos(h\delta_l) = 0 \quad (l=1, 2, 3, \dots) \quad (22)$$

である。また $R, M, L, A_m, B_m, C_n, D_l, E_m, F_m, G_n, H_l$ は未定係数である。

式(18)~(20)を式(12)~(15)に代入すれば応力の一般解が得られる。例えば σ_r は次式の様に表される。

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_r}{2G_1} = & R - 2\nu_1 M + (1-2\nu_1)L \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \left[\frac{J_1(\rho \beta_m)}{\rho J_1(\beta_m)} - \frac{\beta_m J_0(\rho \beta_m)}{J_1(\beta_m)} \right] \frac{\text{ch}(\zeta \beta_m)}{\text{sh}(h \beta_m)} A_m \right. \\ & + \left[\frac{J_1(\rho \beta_m)}{\rho J_1(\beta_m)} - \frac{\beta_m J_0(\rho \beta_m)}{J_1(\beta_m)} \right] \frac{\zeta \beta_m \text{sh}(\zeta \beta_m)}{\text{sh}(h \beta_m)} \\ & \left. - 2\nu_1 \frac{\beta_m J_0(\rho \beta_m)}{J_1(\beta_m)} \frac{\text{ch}(\zeta \beta_m)}{\text{sh}(h \beta_m)} \right] F_m \Big\} \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \left[\frac{J_1(\rho \beta_m)}{\rho J_1(\beta_m)} - \frac{\beta_m J_0(\rho \beta_m)}{J_1(\beta_m)} \right] \frac{\text{sh}(\zeta \beta_m)}{\text{ch}(h \beta_m)} B_m \right. \\ & + \left[\frac{J_1(\rho \beta_m)}{\rho J_1(\beta_m)} - \frac{\beta_m J_0(\rho \beta_m)}{J_1(\beta_m)} \right] \frac{\zeta \beta_m \text{ch}(\zeta \beta_m)}{\text{ch}(h \beta_m)} \\ & \left. - 2\nu_1 \frac{\beta_m J_0(\rho \beta_m)}{J_1(\beta_m)} \frac{\text{sh}(\zeta \beta_m)}{\text{ch}(h \beta_m)} \right] E_m \Big\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left\{ \frac{I_0(\rho\gamma_n)}{I_1(\gamma_n)} - \frac{I_1(\rho\gamma_n)}{\rho\gamma_n I_1(\gamma_n)} \right\} C_n \right. \\
& + \left. \left\{ \frac{\rho\gamma_n I_1(\rho\gamma_n)}{I_1(\gamma_n)} + (1-2\nu_1) \frac{I_0(\rho\gamma_n)}{I_1(\gamma_n)} \right\} G_n \right] \\
& \times \cos(\zeta\gamma_n) \\
& + \sum_{i=1}^{\infty} \left[\left\{ \frac{I_0(\rho\delta_i)}{I_1(\delta_i)} - \frac{I_1(\rho\delta_i)}{\rho\delta_i I_1(\delta_i)} \right\} D_i \right. \\
& - \left. \left\{ \frac{\rho\delta_i I_1(\rho\delta_i)}{I_1(\delta_i)} + (1-2\nu_1) \frac{I_0(\rho\delta_i)}{I_1(\delta_i)} \right\} H_i \right] \\
& \times \sin(\zeta\delta_i)
\end{aligned} \quad (23)$$

応力および変位の表示式を係数について比較できるようにするため、各応力成分を級数展開する。まず、 σ_z と τ_{rz} 中の $I_0(\rho\gamma_n)$ 、 $I_1(\rho\gamma_n)$ および ρ については Dini 展開をし、また σ_r と τ_{rz} 中の $\text{ch}(\zeta\beta_m)$ 、 $\text{sh}(\zeta\beta_m)$ については Fourier 級数展開を行う。また、境界条件式の式(8)、(9)の右辺についても Fourier 級数展開を行う。そして境界条件を満たすように整理すれば、以下のようになり、 F_m および E_m に関する無限連立一次方程式(24)および(28)が得られる。

$$\begin{aligned}
& \beta_k^2 \{ h\beta_k - \text{cth}(h\beta_k) - h\beta_k \text{cth}^2(h\beta_k) \} F_k \\
& + \sum_{m=1}^{\infty} T_{k,m}^F \cdot F_m = \frac{1}{G_1} (P_0 Q_k^F + \tau_0 S_k^F)
\end{aligned} \quad (24)$$

ここで $T_{k,m}^F$ 、 Q_k^F 、 S_k^F は以下の様に表される。

$$\begin{aligned}
T_{k,m}^F &= 2 \{ 1 - 2\nu_1 - h\beta_m \text{cth}(h\beta_m) \} X_0^C(\beta_k, 0) \\
& + 2Z_0^C(\beta_k, 0) \\
& - \beta_k \sum_{n=1}^{\infty} \cos(h\gamma_n) \{ W_k(\beta_m, \gamma_n) f_0(\beta_k, \gamma_n) \\
& + U_k(\beta_m, \gamma_n) \{ g_0(\beta_m, \gamma_n) + 2(2-\nu_1) f_0(\beta_k, \gamma_n) \} \}
\end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned}
Q_k^F &= \frac{\beta_k}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(h\gamma_n)}{V_n} \Gamma_n^C(\gamma_n) \\
& \times \left[\left\{ \frac{\gamma_n I_0(\gamma_n)}{I_1(\gamma_n)} - 2 \right\} f_0(\beta_k, \gamma_n) - g_0(\beta_k, \gamma_n) \right] \\
& - \Gamma_0^C(0)
\end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned}
S_k^F &= \frac{\beta_k}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(h\gamma_n)}{V_n} \Gamma_n^S(\gamma_n) \\
& \times \left[\left\{ \gamma_n + \frac{2(2-\nu_1)}{\gamma_n} - 3 \frac{I_0(\gamma_n)}{I_1(\gamma_n)} \right\} f_0(\beta_k, \gamma_n) \right. \\
& + \left. \left\{ \frac{1}{\gamma_n} - \frac{I_0(\gamma_n)}{I_1(\gamma_n)} \right\} g_0(\beta_k, \gamma_n) \right] - \omega
\end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned}
& \beta_k^2 \{ h\beta_k - \text{th}(h\beta_k) - h\beta_k \text{th}^2(h\beta_k) \} E_k \\
& + \sum_{m=1}^{\infty} T_{k,m}^E \cdot E_m = \frac{1}{G_1} (P_0 Q_k^E + \tau_0 S_k^E)
\end{aligned} \quad (28)$$

ここで $T_{k,m}^E$ 、 Q_k^E 、 S_k^E は以下の様に表される。

$$\begin{aligned}
T_{k,m}^E &= \sum_{i=1}^{\infty} \sin(h\delta_i) \{ W_i(\beta_m, \delta_i) f_0(\beta_k, \delta_i) \\
& - U_i(\beta_m, \delta_i) \{ g_0(\beta_m, \delta_i) + 2(2-\nu_1) f_0(\beta_k, \delta_i) \} \}
\end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned}
Q_k^E &= \frac{\beta_k}{2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\sin(h\delta_i)}{V_i} \Gamma_i^S(\delta_i) \\
& \times \left[\left\{ \frac{\delta_i I_0(\delta_i)}{I_1(\delta_i)} - 2 \right\} f_0(\beta_k, \delta_i) - g_0(\beta_k, \delta_i) \right]
\end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned}
S_k^E &= \omega - \frac{\beta_k}{2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\sin(h\delta_i)}{V_i} \Gamma_i^S(\delta_i) \\
& \times \left[\left\{ \delta_i + \frac{2(2-\nu_1)}{\delta_i} - 3 \frac{I_0(\delta_i)}{I_1(\delta_i)} \right\} f_0(\beta_m, \delta_i) \right. \\
& + \left. \left\{ \frac{1}{\delta_i} - \frac{I_0(\delta_i)}{I_1(\delta_i)} \right\} g_0(\beta_m, \delta_i) \right]
\end{aligned} \quad (31)$$

以上を数値的に解くことにより、未定定数を求めることができる。その結果、距離 d だけ圧入したときの短円柱の応力と変位について求めることができる。

4. 数値解析結果

4.1 計算条件 数値計算には圧入試験で使用した試験片と同じアルミニウム合金を使用し、寸法も実験と同じものとする。計算に用いた材料の機械的性質を表1に示す。また、図3に示される実験から得られた圧入距離と圧入荷重のデータを利用し、短円柱側面に働くせん断応力 τ_0 および短円柱上端面にかかる σ_z を求めた。また三次元解析における接触圧力 P_0 については、試験片設計時の短円柱半径と円孔半径の差を焼ばめしろとした焼ばめ圧力を接触圧力として与えた。

4.2 FEM 解析 FEM 解析には解析ソフト MARC を用いて解析を行った。解析モデルは短円柱を回転軸を中心とした二次元軸対称モデルでモデル化した。要素形状は四角形要素を使用し、収束性を考慮し一辺を 0.5mm とした。

解析モデルは、弾性解析と同様に短円柱上端面に一樣な圧入応力を与える。そのとき、力の釣り合いを考え、接触面にせん断応力が働くものとする。また、弾性解析では接触面に焼ばめしろによる接触圧力を一樣に与えたが、FEM 解析では接触面に一定の変位を与

えるものとした。しかし、短円柱のみを考えたモデルでは接触面に直接変位を与えるため、変位を与えた面が極端に変形し、実際の圧入試験で生じる変形よりも大きな変形を示し、その結果、実験結果との一致が見られなかった。そこで、実際の圧入試験で生じる変形に近づけるため、図6に示すような短円柱の周りに円筒があるものと仮定し、円筒の側面より一定変位を与え解析を行った。円筒の厚さについては、収束性を考慮した結果、外径を短円柱半径の二倍以上とすることで収束したため外径を短円柱半径の二倍とした。

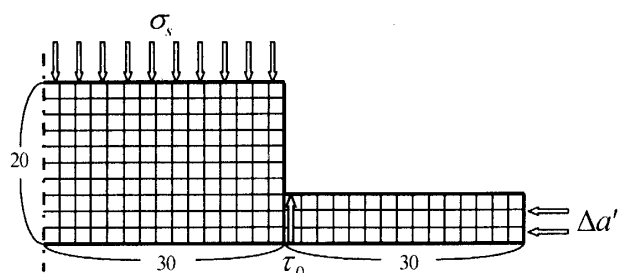
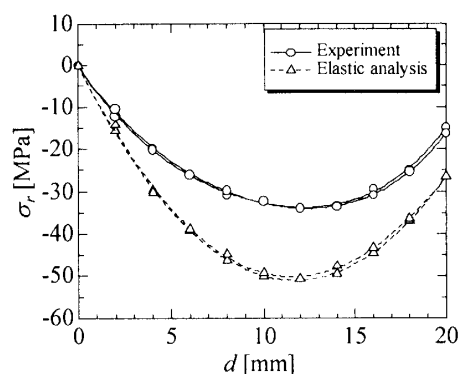
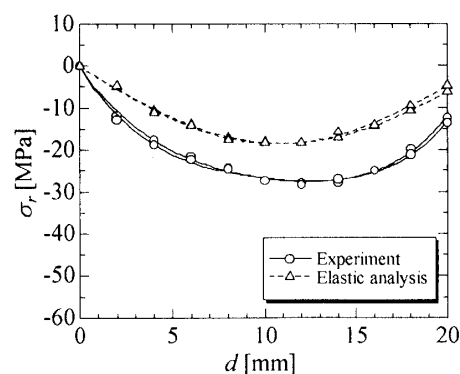


Fig. 6 Analysis Model with Cylinder for FEM



(a) $D = 59.90\text{mm}$



(b) $D = 59.95\text{mm}$

Fig. 7 Stress of Circular Cylinder in Pressing Fit

4.3 数値計算結果 短円柱下端中心部に生じた応力の実験結果と三次元弾性解析による計算結果を示したグラフを図7に示す。ここで図7(a), (b)はそれぞれ円孔直径59.90mm, 59.95mmでの結果を示す。

解析結果は、どの条件においても、短円柱下端中心部の応力は圧入が進むにつれ圧縮応力は増加し、約半分圧入したとき最大圧縮応力となり、その後、圧縮応力が減少した。これは、図5に示すように圧入距離が短い段階では、短円柱側面に接触圧力が局部的に働くことにより、短円柱下端面に曲げモーメントが大きく働き、圧縮応力が大きくなっていったと考えられる。さらに圧入が進んでいくと、曲げモーメントの影響が徐々に小さくなり、短円柱下端面に働く圧縮応力が減少していったためと考えられる。また、圧入が進むと、短円柱側面に働くせん断力が大きくなり、これにより曲げモーメントが働き短円柱下端面に引張応力が生じたため、圧縮応力が減少していったと考えられる。

実験結果と計算結果を比較すると、円孔直径59.90mm, 59.95mmともに実験結果と計算結果に大きな違いが見られる。この理由として、実験における短円柱と円孔板との間に生じる微小なバリが考えられる。バリが生じると試験前と試験後の短円柱と円孔板との寸法差が変化するため、計算の際に用いた焼ばめしろと一致しなくなる。そのため、計算結果と実験結果が一致しなかったと予想される。そこで、試験後の寸法差を求めめるため、最後まで圧入したときの実験値と計算値が同じになるように、計算プログラムより焼ばめしろを求め直した。そして、求めなおした焼ばめしろを試験中の寸法差と仮定し再度計算を行った。円孔直径59.90mm, 59.95mmの焼ばめしろを仮定したときの実験結果と三次元弾性論による計算結果とFEMによる計算結果を示したグラフを図8, 図9に示す。図8, 図9はそれぞれ59.90mm, 59.95mmを示し、(a)は接触面積1, (b)は接触面積2/3, (c)は接触面積1/2, (d)は接触面積1/3を示している。

円孔直径59.90mm, 59.95mmともに、焼きばめしろを仮定し計算を行った三次元弾性解析の計算結果は、最大圧縮応力で若干大きな値を取っているものが見られるが、計算結果は実験結果と定性的にも定量的にもよく一致している。これにより、微小なバリの効果は、最後まで圧入した時の実験値より焼きばめしろを仮定することにより解決できると考えられる。

またFEM解析結果は、実験結果や三次元弾性解析結果と比べ、若干早い段階で最大圧縮応力に至るが同様の傾向が得られた。また、最大圧縮応力に関しては

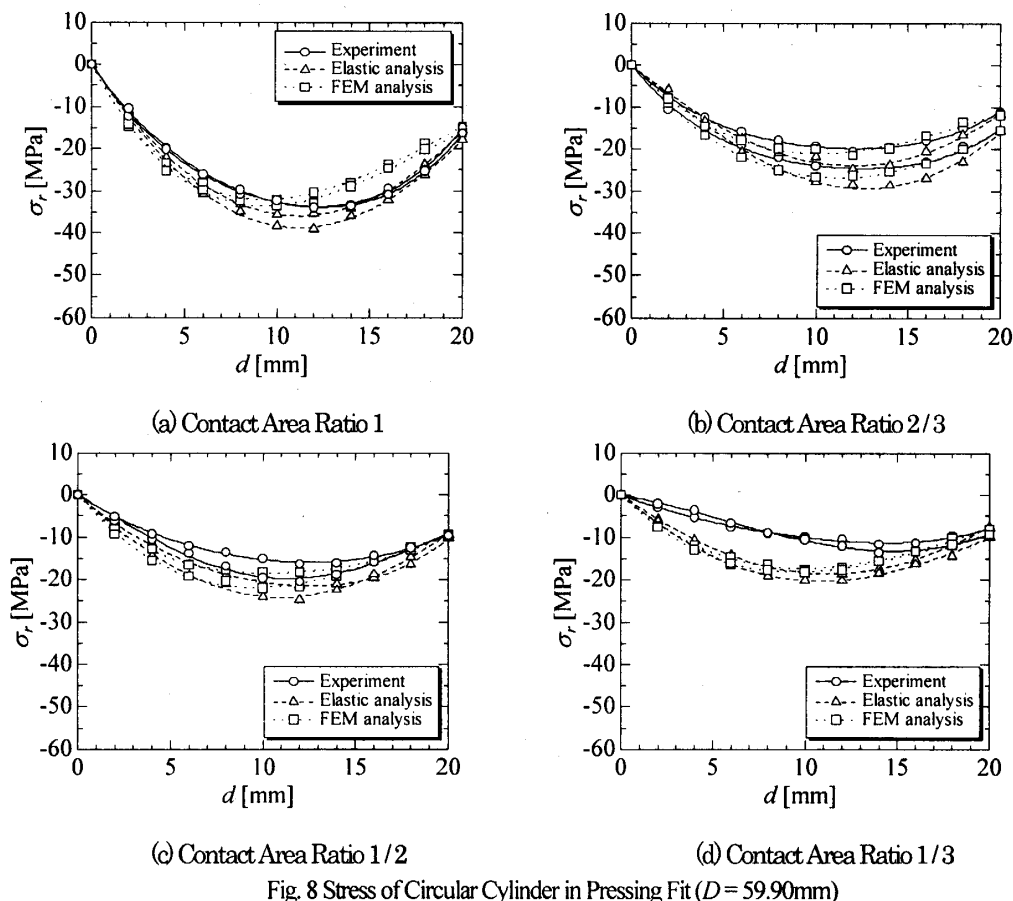


Fig. 8 Stress of Circular Cylinder in Pressing Fit ($D = 59.90\text{mm}$)

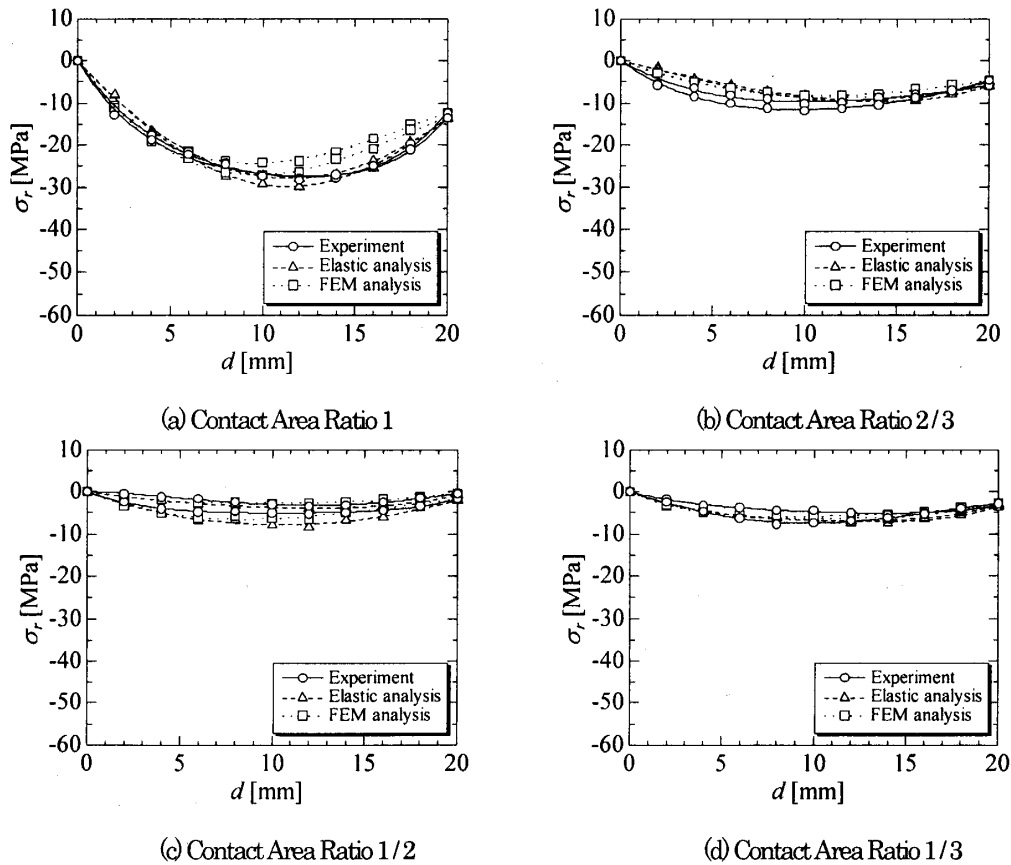


Fig. 9 Stress of Circular Cylinder in Pressing Fit ($D = 59.90\text{mm}$)

定量的にもよい一致が見られた。以上より、本研究で用いた解析モデルの有効性が確認された。

5. 結 言

本研究では、ダイオードの放熱フィンへの圧入工程の類似モデルとして、円孔板への短円柱圧入実験を行い、短円柱端面中心部に生じる応力を測定した。また、短円柱について三次元弾性解析、FEM解析を行い、実験結果と解析結果を比較検討し以下の結言を得た。

- (1) 円孔板への短円柱圧入実験において、圧入荷重は圧入開始時に大きく上昇し徐々になだらかになっていく。また、接触面積比が小さくなると圧入荷重は小さくなり、接触面積比1の場合に比べ、大きく値が減少し、試験片が入りやすくなっていることが確認された。
- (2) 短円柱下端中心部に生じる応力は圧入が進むにつれ圧縮応力は増加し、約半分圧入したとき最大圧縮応力となり、その後圧縮応力が減少していく。また、接触面積比が小さくなると圧縮応力も小さな値となる。
- (3) 短円柱下端中心部に生じる応力は、三次元弾性解析、FEM解析ともに、最後まで圧入したときの実験値から、微小なバリの影響を考慮するこ

とにより、実験結果と定性的にも定量的にもよく一致する。また、最大圧縮応力についてもよい一致が見られる。これにより本研究で用いた解析モデルは、圧入工程を把握するのに有効である。

参考文献

- (1) Moghe, S. R., Neff, H. F., J. Appl. Mech., 38, (1971), 393-399
- (2) Benthem, J. P., Minderhoud, P. Int. J. Solids Struct., 8, (1972), 1027-1042
- (3) Gupta, G. D., Int. J. Solids Struct., 10, (1974), 137-148
- (4) 斎藤, 機論(A), 18-68, (1952), 21-28
- (5) 奥村, 相田, 北見工業大学研究報告, 31-2 (2003), 1-23
- (6) Warren, W.E., Roak, A.L., AIAA J., 10, (1967), 1448-1455
- (7) 五嶋, 宮尾, 機論(A), 52-477, (1986), 1394-1402
- (8) 五嶋, 宮尾, 機論(A), 56-525, (1990), 1204-1208
- (9) 中原, 材料力学下巻, 養賢堂, 89.
- (10) 中原, 渋谷ほか, 弾性学ハンドブック, 朝倉書店, 392.