集合的選択による所得再分配

中　山　幹　夫

1. は じ め に

Hochman と Rodgers〔1969〕は所得再分配を高所得者の善意にもとづく移転の結果として考えるためのフレーム・ワークを提示している。しかし，このような自発的移転によるパレート最適再分配の達成は可能性の薄いものとみなされてきた。その理由のひとつとして，同一の低所得者に対する2人以上の高所得者による移転は公共財に対する費用負担と同じ問題をひきおこし，移転者はフリーライダーとして行動するように動機づけられるためパレート最適は達成されないという議論がある（e. g. Goldfalb〔1970〕)。この指摘の妥当性は，フリー・ライダーという行動の定式化に依存すると考えられるが，たとえば，Nakayama〔1979〕は他人の移転額を与えられたものと仮定して自分の移転を決定するという意味でこれを考え，効用の相互依存に関する広い多様性のもとでこのような行動の均衡（i. e., Nash 均衡）は社会が2人のみから成る場合を除いて一般にパレート最適再分配を実現することはないだろうと論じた。この立場に立つと，Musgrave〔1970〕や Goldfalb〔1970〕 がつとに指摘してきたように，個人の自発性のみに基礎をおくメカニズムのもとではパレート最適の達成は望めず，何らかの政府の行動やあるいは集合的選択を通じての再分配を考える必要があるということができる。

この論文では，ひとつの試みとして，集合的選択による所得再分配のためのメカニズムを，Simple Game のわく組で考察してみたいと思う。Simple Game は，ゲーム理論の中で Shapley〔1962〕によって定式化され，比較的最近にな

って Nakamura〔1976〕や Peleg〔1978〕によって社会的選択理論の中にも位置づけられるようになったゲームのモデルである。それは本質的には，勝利提携（winning coalition）とよばれるあるいくつかの特定のグループのみが決定に際して実行力をもちうるような集合的意思決定の状況を記述するモデルで，たとえば単純多数決のような決定方式などはその一例である。

われわれの目的は，個人間移転を通じて，どのような勝利提携にもくつがえされることのない再分配に到達することが原理的に可能であるかどうかということを検討することである。言いかえれば，個人間の移転によってコアに属する再分配を達成することが主な関心事である。以下のモデルでは，このことが効用の相互依存の広い多様性のもとで可能であること，したがってとくに，Hochman と Rodgers〔1969〕の仮定した善意にもとづく相互依存性のもとでも可能であることが示される。ただし，この可能性はむろん，コアが空集合でないときにのみ意味をもつ。Nakamura〔1976〕の基本的な定理によれば，以下に定義する Simple Game が論理的に可能なすべての選好関係のプロフィールに対して空でないコアをもつためには，すべての勝利提携が同一のあるグループを共有していることが必要十分である。したがって，たとえば多数決ルールはわれわれの目的のためには一般に有用ではなく，異なる観点から勝利提携を定義することが必要である。われわれはある単純な方法で必要な性質をもつ提携構造を与える。

ここで，次の点に注意しておくべきであると思われる。それは，上記のコアの存在のための条件は，拒否権（veto）をもつグループの存在を意味し，これはさらに社会的選択理論においては社会的厚生関数の不可能性を意味するものと解されるのが通常であるということである（e. g. Sen〔1977〕)。しかし，われわれは社会的選択理論には explicit には表われてこないもうひとつの条件，すなわち，個人的合理性を導入し，いかなる個人も現状からの悪化に対してそれを拒否する権利を有するものと仮定する。この仮定が妥当であるような状況のもとでは，Maskin〔1976〕が述べているように拒否権の非存在を主張する

根拠が希薄なものとなることは明らかであろう。

2. 移転における均衡

$N=\{1,2,\cdots,n\}$ で個人 i の集合をあらわす。個人 i は $m_i>0$ で示される初期所得（貨幣で測る）をもっている。再分配はベクトル $x=(x_1,x_2\cdots,x_n)$ であらわされ，これは次の集合 X の要素である。

$$X=\{x=(x_1,\cdots,x_n):x_i\geqq 0 \text{ for all } i\in N, \text{ and } \sum_{i\in N}x_i=\sum_{i\in N}m_i\}。$$

$m=(m_1,\cdots,m_n)$ で初期分布をあらわす。各個人 i は再分配 $x\in X$ に関する選好を連続な効用関数 $u_i(x)$ という形でもっている。このことは，どの個人も社会の総所得がどのように再分配されるかということに関心をもっているということを意味する。したがって，論理的には，善意だけでなく「悪意」や無関心などを含むあらゆる効用の相互依存を考えることができる。

さて，各個人はこのような相互依存的関心にもとづいて他人への所得移転を動機づけられる。この相互依存は，上で注意したように，善意にもとづくものとは限らないので，われわれは「負の移転」をも可能なものと考える。したがって，t_{ij} が個人 i から j への移転額であるとき，条件：$\sum_{j\in N}t_{ij}=m_i$ for all $i\in N$ だけを要求する。しかし，各個人へのこのような移転の結果としての最終所得はある一定の意味で実行可能なものであるべきであろう。形式的には，次のように表現することができる。各個人 i は，

$$T_i=\{t_i=(t_{i1},\cdots,t_{in}):\sum_{j\in N}t_{ij}=m_i\}$$

で与えられる戦略集合をもつ。また，$\bar{X}$ を X の空でない閉集合とし，$x\in\bar{X}$ ならば再分配 x は実行可能であるということにする。初期分布 m は実行可能と仮定しよう。さらに，任意に選ばれた戦略の組 $t=(t_1,\cdots,t_n)$ は次のルールに従って実行可能な再分配 $x(t)\in\bar{X}$ を実現する。

$$\begin{aligned} x(t)&=(\sum_{j\in N}t_{j1},\cdots,\sum_{j\in N}t_{jn}) && \text{if } (\sum_{j\in N}t_{j1},\cdots,\sum_{j\in N}t_{jn})\in\bar{X}, \\ &=(m_1,\cdots,m_n) && \text{otherwise.} \end{aligned}$$

すなわち，もし戦略の組が実行可能でない再分配を指定するならばその再分配

は実行されない。このルールのもとでは，どんな戦略の組も実行可能な再分配を定義し，また逆も成立する。

実行可能集合 $\bar{X}$ の導入は，可能な結果の中から望ましくないと思われる再分配を排除することを意図するものである。われわれのモデルでは負の移転も許されているから，移転の結果ある個人の welfare は初期状態よりも悪化しているかも知れない。このような事態を排除しておくために，われわれは $\bar{X}$ を個人的合理性をみたす再分配の全体であると規定する。すなわち，

$$\bar{X}=\{x\in X : u_i(x)\geqq u_i(m) \text{ for all } i\in N\}.$$

さらに，X は $\bar{X}$ に相対な内点をもつとする。

仮定1.　条件：$u_i(x)>u_i(m)$ for all $i\in N$ をみたす再分配 $x\in X$ が存在する。

この仮定はさらに少なくとも 1 人の利己的でない個人が存在することを要求する。ここに，個人 i が利己的であるとは，任意の $x\in X$ 対して，$u_i(x)>u_i(m)$ ならば $x_i>m_i$ なることを意味する。利己的でない個人の存在は，「善意なる高所得者」という Hochman と Rodgers〔1969〕の仮定を一般的に述べたものにすぎない。

さて，われわれは以上のような条件のもとで行なわれる移転の均衡として，ある意味で安定なものを考えたい。そのため，まず，SをNの空でない任意の部分集合としよう。Sを提携（coalition）とよぶ。各々の提携Sに対し，$T_S\equiv\underset{i\in S}{\times} T_i$ で定義される集合 T_S を考える。これによって，提携S内のメンバーによる戦略の選択 $t_S\equiv(t_i)_{i\in S}$ の全体をあらわす，i. e., $t_S\in T_S$. また C で，ある提携のクラスをあらわす。そして，次のように定義する。

定義（C–強均衡）.　$t\in T_N$ が C–強均衡（C–SE と略す）であるとは，どの $S\in C$ 対しても，$u_i(x(\bar{t}_S, t_{N-S}))>u_i(x(t))$ for all $i\in S$ となるような $\bar{t}_S\in T_S$ が存在しないことをいう。

この C–SE は，Cに属するどの提携Sも$N-S$が戦略を変えないという仮定のもとでSのメンバーの状態を同時に改善するような他の戦略がもはや存在

しないという意味で安定な戦略の組を意味している。CがNの任意の空でない部分集合からなるときは，C–SE は Aumann (1967) による強均衡であり，また，CがNのすべての単集合からなるときは通常の Nash 均衡である。次の節でわれわれはCをすべての勝利提携の全体と同一視する。

3. 安定な再分配

いま，Wを次の条件（1）および（2）を満足する提携のクラスとする

$$N \in W,\ \text{および，空集合}\ \theta \notin W \qquad (1)$$

$$S \in W \text{ and } S \subset R\ \text{ならば}\ R \in W \qquad (2)$$

Wの要素は勝利提携とよばれる。（1）から，全体Nは勝利提携である。$G=(N, W)$ を，Simple Game とよぶ。多数決ルールは

$$W=\{R \subset N : (R\text{の中の人数}) \geqq k\},\ k > n/2$$

であるような Simple Game である。この節ではWは与えられているものと仮定する。

さて，実行可能な再分配の集合 $\bar{X}$ からの選択を行なうため，ここで $G=(N, W)$ のコア Core $(G. \bar{X})$ を定義しておく。

定義 (Core $(G, \bar{X})$). 再分配 $x \in \bar{X}$ が $x \in$Core $(G, \bar{X})$ であるとは，どの $S \in W$ についても，$u_i(\bar{x}) > u_i(x)$ for all $i \in S$ となる再分配 $\bar{x} \in \bar{X}$ が存在しないことをいう。

この定義からただちに次のことが云える。

定理１． $W=C$ とすると，W–SE で達成される再分配の全体は Core$(G, \bar{X})$ と一致する。

証明は，いかなる戦略の組 $t \in T_N$ についてもある実行可能な再分配 $x \in \bar{X}$ が対応し，また逆も成りたつことに注意すれば十分であろう。

この定理によって，どの勝利提携によってもくつがえされない再分配は，もし存在すれば，個人間移転の均衡によって達成可能であることがわかる。Core $(G, \bar{X})$ の存在は，各人の効用関数 $u_i(\cdot)$ が任意に与えられるならば，本質的

にWの構造に依存する。たとえば，$W=\{N\}$ としよう。これは全員一致のルールを意味し，Core $(G,\bar{X})$ はパレート最適でかつ個人合理的な再分配の全体に一致する。他方，ある $i\in N$ に対し $W=\{S\subset N: i\in S\}$ と定義すると，これはいかなる決定に対しても i が独裁的権力を有することを意味し，Core $(G,\bar{X})$ は i にとってベストであるような再分配のみから成る。これらはいずれも極端なケースであり，ある意味で両極をなしている。われわれは次の節でこれらのケースを特殊な場合として含みうるようなWの構造を与えよう。

4. 拒否グループ

次の条件（3）をみたすNの空でない部分集合Vが存在するとしよう。

$$V\subset S \text{ for all } S\in W \qquad (3)$$

Vのメンバーはいかなる勝利提携の形成にも欠くことのできない個人のグループであり，このような個人を拒否権者（vetoer）とよぶ。このような拒否権者の存在が Core $(G,\bar{X})$ の存在に対する十分条件であることは次のように確かめることができる。

いま，Vが(3)を満足するとしよう。すると，各 $i\in V$ に対し $u_i(x^i)\geqq u_i(x)$ for all $x\in\bar{X}$となる $x^i\in\bar{X}$ が存在する（$u_i(\cdot)$ の連続性と $\bar{X}$ のコンパクト性から)。ゆえに，いかなる $S\in W$ に対してもある $x\in\bar{X}$ について $u_j(x)>u_j(x^j)$ for all $j\in S$ となることは有り得ない。したがって，$i\in V$ ならば $x^i\in$Core $(G,\bar{X})$ となることがわかる。

ここで次のことに注意しておこう。もし，Vが単集合，たとえばある $i\in N$ について $V=\{i\}$ であったとしても，一般に x^i は Core $(G,\bar{X})$ の唯一の再分配であるとは限らない。ただし，i が同時に独裁者でもある場合（i. e., $\{i\}\in W$）は除かれる。

さて，われわれの問題に帰って，Wを構成することを考えよう。そのため，γ を任意の非負の実数とし，W_γ を次のように与える。

$$W_\gamma=\{S\subset N: \sum_{i\in S} m_i\geqq\gamma\} \qquad (4)$$

この W_γ が適当な γ に対して条件（1）と（2）を満足することはあきらかであり，したがって，Simple Game $G_\gamma=(N, W_\gamma)$ が得られる。さらに，もし W_γ が相対的に「裕福な提携」のみから成ると仮定すると，Core $(G_\gamma, \bar{X})$ が空集合でないことが確かめられる。これをみるために，次のように仮定しよう。すなわち，ある $i \in N$ に対し

$$\sum_{j\in N} m_j \geqq \gamma > \sum_{j\in N} m_j - m_i \qquad (5)$$

とする。このとき次の定理が成立する。

定理 2.　もし，ある $i \in N$ に対して γ が（5）を満足するならば，Core $(G_\gamma, \bar{X}) \neq \theta$.

これは，（5）を満たす i がもし $i \notin S$ であるならば $\sum_{j\in S} m_j < \gamma$ であり，それゆえ $S \notin W_\gamma$ であることからただちにしたがう。

こうして W_γ のもとでは，Simple Game G_γ はコアをもつことがわかる。もし，（5）がすべての個人 i について成立するような γ が選ばれたとすると，$W_\gamma=\{N\}=\{V\}$ となり全員一致の決定ルールが得られる。たとえば，初期所得の分布が均等（i. e., $m_1=\cdots=m_n$）であったならば，この全員一致ルールは避けられない。他方，もし初期分布がきわめて不平等で，ある $i \in N$ が $m_i > \sum_{j\in N} m_j/2$ をみたすような所得 m_i を与えられている場合には $V=\{i\} \in W$ となり，個人 i は独裁者の位置を占めることになる。しかし，いずれのケースにおいても実現される再分配は少なくともパレート最適であり同時に個人合理的である。

5. おわりに

提携構造 W_γ は，相対的に rich なグループが再分配の決定に際して相対的に強い立場にあることを意味している。したがって，もし高所得者が低所得者の所得に無関心であったとしたら結果として生ずる再分配は初期状態とほとんど変わらないものになるだろう。つまり，高所得者は低所得者の所得の上昇をある程度までは喜ぶという Hochman と Rodgers の仮定はここでも実質的に

前提としなければならない。われわれの選択メカニズムはこの場合，高所得者の移転の動機をより強く反映した再分配を実現することになる。

ただし，同じ効用の相互依存関係のもとで，高所得者ではなく低所得者の負の移転動機をより強く反映する再分配を実現することも可能である。そのためには提携構造を

$$W'_{\gamma}=\{S\subset N:\sum_{i\in S}\frac{1}{m_i}\geqq\gamma\}$$

と与えればよい。W_{γ} のもとでは，適当な γ に対して低所得者のみが拒否グループを形成し，決定に際して強い立場に立つことができる。この場合，最終的な分配は低所得者が高所得者から所得を「奪い取る」形のものになるであろう。むろん，それにもかかわらず，高所得者の welfare は個人的合理性の条件によって初期状態より悪くなることはない。

いずれにせよ決定的な役割を果たしているのは仮定1の「非利己主義者の存在」と，それが高所得者の中に存在するということである。このことは，Hochman と Rodgers〔1969〕の議論の出発点にほかならない。われわれが示したことは，この分配の外部性をある集合的選択のメカニズムを通じて内部化することが可能だということである。

REFERENCES.

Aumann, R. J., 1967, A survey of cooperative games without side payments, in: M. Shubik ed., Essays in mathematical eccnomics in honor of Oskar Morgenstern (Princeton) 3—27.

Goldfalb, R. S., 1970, Pareto optimal redistribution: Comment, American Economic Review 60, 994—996.

Hochman, H. M., and J. D. Rodgers, 1969, Pareto optimal redistribution, American Economic Review 59, 542—556.

Maskin, E., 1977, Implementation and Nash-equilibrium, in: J-J Laffont, ed., Aggregation and revelation of preferences (North-Holland), 433—439.

Musgrave, R. A., 1970, Pareto optimal redistribution: Comment, American Economic Review 60, 991—993.

Nakamura, K., 1976, The vetoers in a simple game with ordinal preferences, International Journal of Game Theory 8, 55—61.

Nakayama, M., 1979, Nash equilibria and Pareto optimal income redistribution, Econometrica, to appear.

Peleg, B., 1978, Representation of simple games by social choice functions, International Journal of Game Theory 7, 81—94.

Sen, A. K., 1977, Social choice theory: A re-examination, Econometrica 45, 53—90.

Shapley, L. S., 1962, Simple games: An ontline of the descriptive theory, Behavioral Science 7, 59—66.