資源制約の影響について

増田信彦

ここでは産業連関分析を用いて資源の量が制限された時の影響と資源の価格が引き上げられた時の影響の間の関係について考察する。

1. 産業連関分析

産業連関分析には種々のモデルがあるけれども，ここでは簡単な静的レオンティエフ・モデルを用いる（Leontief〔4〕)。このモデルにおいては，それぞれの産業はそれ自身と他の産業によって作られた財，輸入財，労働などを投入して，唯1つの生産過程を用いて唯1つの財を生産するものとする（これより第 j 産業によって作られた財を第 j 財と呼ぶ)。そして産業に投入されなかった残りの生産物が消費，輸出などの最終需要として使用される。その際ある財を生産するために投入される生産要素の間の比率は一定であり，必要とされるそれぞれの生産要素の量はその財の生産量に比例すると仮定する。そしてこの経済には n 個の産業があり，x_i を第 i 財の総生産量，c_i を第 i 財の最終需要，a_{ij} を第 j 財を1単位作るのに必要な第 i 財の量とすると，

$$x_i=\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, x_j+c_i \quad (i=1, \cdots, n)。 \tag{1}$$

これが静的レオンティエフ型産出モデルの基本式である。他方，これに双対的な関係として生産物価格は投入された財や労働などの費用と利潤の和であることが得られる。今，p_i を第 i 財の価格，v_i を第 i 財1単位当りの労働や利潤などの付加価値とすれば，

$$p_i=\sum_{j=1}^{n} a_{ji}\, p_j+v_i \quad (i=1, \cdots, n)。 \tag{2}$$

これが静的レオンティエフ型価格モデルの基本式である。この価格モデルにお

いては価格は各種の費用によって決定され，需要とは無関係であるという仮定が置かれている。

更に，経済的に意味のある解を得るために次のことを仮定する。

$a_{ij} \geqq 0 \ (i=1, \cdots n, \ j=1, \cdots, n)$,

$\sum_{i=1}^{n} a_{ij} < 0 \ (j=1, \cdots, n)$。

後者は Solow の列和条件であり，これより Hawkins–Simon の条件が成り立ち，また任意の最終需要 $c_i \geqq 0 \ (i=1, \cdots, n)$ に対して非負解 $x_i \geqq 0 (i=1, \cdots, n)$ が存在する。そしてその時の解は，$A=(a_{ij})$ を (n, n) 型行列，I を単位行列，x と c をそれぞれ x_i, c_i を第 i 要素とする n 次縦ベクトルとすると，(1)より

$$x=(I-A)^{-1}c$$

となる。[(1)] また，p と v をそれぞれ p_i, v_i を第 i 要素とする n 次縦ベクトルとすると，(2)より

$$p=(I-A')^{-1}v$$

となる。

前に述べたように静学的レオンティエフ・モデルには産出モデルと価格モデルの２つのタイプがあるけれども，前者を用いて資源の量が制限された時に最終需要がどのような影響を受けるか，また後者を用いて資源価格が引き上げられた時に他の財の価格にどのように波及するかを調べることができる。しかし静学的レオンティエフ・モデルにおいては生産技術が一定，すなわち投入係数 A が一定であると仮定されているので，比較的短期の影響が説明されることに

---

(1) Hawkins–Simon の条件は $I-A$ の行列式のすべての首座小行列式の値が正になることをいう。すなわち，$I-A \equiv D \equiv (d_{ij})$ とすると

$$d_{11}>0, \quad \begin{vmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{vmatrix} >0, \cdots, \begin{vmatrix} d_{11} \cdots d_{1n} \\ \vdots \quad\quad \vdots \\ d_{n1} \cdots d_{nn} \end{vmatrix} >0。$$

ここで述べられていることの証明の詳細は Hawkins, Simon〔2〕, Solow〔7〕, 二階堂〔6〕を参照されたい。

なる。そしてその短い期間に均衡産出量と均衡価格が速やかに達成されるものとする。

2. 資源量が制限される場合

ここでは外国の事情により原油その他の原材料の輸入が制限されたり，天候などの理由から電力，ガス，水道などの公共部門の供給量が低下する場合のように，ある産業の生産量が外生的に制限される時に，他の産業の生産量や最終需要にどのような影響を与えるかを調べる。輸入財が制限される時には，わが国の原油その他多くの鉱物資源のようにそのほとんどを輸入に頼っている場合を考え，ここでは同種の国産品はないものと仮定する。そしてこれらの輸入部門をそれぞれ１つの産業部門とみなす。輸入が輸出その他と独立であると見なせば輸入部門の投入係数は０となる。また，制限されるのが公共部門の時には，電力，ガス，水道のように公共部門によってその供給がほとんどなされる場合を考え，他からの同種の財の生産はないものと仮定し，これらの公共部門をそれぞれ１つの産業部門とみなす。

今，外生的に生産量が決定される産業部門（外生部門と呼ぶことにする）の数をmとすると，そうでない産業部門（内生部門と呼ぶことにする）の数は$n-m$となる。ここで外生部門を産業部門の配列の最後に置くことにする。そして投入係数行列Aを次のような４つの部分行列に分割して表示する。

$$A \equiv \left[\begin{array}{c:c} A_{11} & A_{12} \\ \hdashline A_{21} & A_{22} \end{array}\right]。$$

ここで A_{11} は（$n-m, n-m$）型行列，A_{12} は（$n-m, m$）型行列，A_{21} は（$m, n-m$）型行列，A_{22} は（m, m）型行列である。また生産量と最終需要のベクトルもそれぞれ次のような $n-m$ 次とm次の２つのベクトルに分割する。

$$x \equiv \left[\begin{array}{c} x^d \\ \hdashline x^f \end{array}\right],\quad c \equiv \left[\begin{array}{c} c^d \\ \hdashline c^f \end{array}\right]。$$

そうすると(1)より

$$x^d = A_{11}x^d + A_{12}x^f + c^d, \tag{3}$$

$$x^f = A_{21}x^d + A_{22}x^f + c^f。 \tag{4}$$

(4)より

$$x^f = (I - A_{22})^{-1}A_{21}x^d + (I - A_{22})^{-1}c^f$$

外生部門の最終需要が変化しないならば,

$$\Delta x^f = (I - A_{22})^{-1}A_{21}\Delta x^d$$

となり，これは外生部門の生産量の変化量と内生部門の生産量の変化量の関係を表わす。また(3)より

$$x^d = (I - A_{11})^{-1}A_{12}x^f + (I - A_{11})^{-1}c^d \tag{5}$$

が得られるので，これを(4)に代入し移項すると

$$x^f = [I - A_{22} - A_{21}(I - A_{11})^{-1}A_{12}]^{-1}[A_{21}(I - A_{11})^{-1}c^d + c^f]^{(2)}。 \tag{6}$$

これより

$$\Delta x^f = [I - A_{22} - A_{21}(I - A_{11})^{-1}A_{12}]^{-1}[A_{21}(I - A_{11})^{-1}\Delta c^d + \Delta c^f]$$

となり，外生部門の生産量の変化量と内生部門及び外生部門の最終需要の変化量との関係を表わす。

もし外生部門が輸入部門のみからなり，そしてその財が原材料としてだけ利用されるため最終需要がないならば，$A_{12}=0$，$A_{22}=0$，$c^f=0$ となるので，外生部門の生産量の変化量と内生部門の最終需要の変化量の関係は

$$\Delta x^f = A_{21}(I - A_{11})^{-1}\Delta c^d \tag{7}$$

になる。すなわち，もし輸入財の数量が制限された場合，(7)式が成り立つように内生部門の最終需要を減少させなければならない。その際どの部門の最終需要をどれだけ減少させるかは政策その他によって決定されることになる。

3. 資源価格が引き上げられる場合

ここでは原油その他の原材料の価格が海外事情により引き上げられたり，電力，ガス，水道などの公共料金が政策的に決定される場合のように，資源価格

(2) Hawkins–Simon の条件より $(I-A_{11})^{-1}$，$(I-A_{22})^{-1}$，$[I-A_{22}-A_{21}(I-A_{11})^{-1}A_{12}]^{-1}$ はすべて存在する。

が外生的に引き上げられる時に他の財の価格にどのような影響を与えるかを考察する（Leontief〔4〕, 金子, 二木〔3〕)。その際前述の資源量が制限される場合に置いた仮定をそのまま使用する。但し，生産量が外生的に決定されるということを，ここでは価格が外生的に決定されるということに置き換える。更に価格ベクトルpと付加価値ベクトルvをそれぞれ次のような$n-m$次とm次の2つのベクトルに分割表示する。

$$p \equiv \begin{bmatrix} p^d \\ \hdashline p^f \end{bmatrix}, \quad v \equiv \begin{bmatrix} v^d \\ \hdashline v^f \end{bmatrix}。$$

そうすると(2)より

$$p^d = A'_{11}p^d + A'_{21}p^f + v^d, \tag{8}$$

$$p^f = A'_{12}p^d + A'_{22}p^f + v^f。\tag{9}$$

(8)より

$$p^d = (I - A'_{11})^{-1}A'_{21}p^f + (I - A'_{11})^{-1}v^d。\tag{10}$$

もし内生部門の付加価値が変化しないとすれば，内生部門の価格変化と外生部門の価格変化の間の関係は

$$\Delta p^d = (I - A'_{11})^{-1}A'_{21}\Delta p^f。\tag{11}$$

となる。この係数行列は(7)の係数行列を転置したものである。

ここで$I-A$行列の逆行列（$(I-A)^{-} \equiv B \equiv (b_{ij})$）を以下のような4つの部分行列に分割して表示する。

$$B \equiv \left[\begin{array}{c:c} B_{11} & B_{12} \\ \hdashline B_{21} & B_{22} \end{array}\right]$$

B_{11} は（$n-m, n-m$），B_{12} は（$n-m, m$），B_{21} は（$m, n-m$），B_{22} は（m, m）の型の行列である。すると(11)は中西の拡張された簡便法（中西〔5〕）を用いると

$$\Delta p^d = B'_{21}(B'_{22})^{-1}\Delta p^f$$

により既存の逆行列表から計算することができる。[3]

(3) その簡単な別証明は次のようになされる。

$$\begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I-A_{11} & -A_{12} \\ -A_{21} & I-A_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}$$

(11)式は外生部門の価格が独立に上昇した時内生部門の価格にどのように影響するかを表わしている。しかしその結果として生じた内生部門の価格上昇が外生部門の価格に与える効果そしてそれが再び内生部門の価格に与える効果は考慮されていない。もし外生部門の価格が固定していないものとすれば（ということは外生部門でないことを意味するのであるが），外生部門の付加価値が独立に増加した時，それらの効果も考慮することができる。すなわち，(9)より

$$p^f=(I-A'_{22})^{-1}A'_{12}p^d+(I-A'_{22})^{-}v^f。$$

これを(8)に代入して移項すると

$$p^d=[I-A'_{11}-A'_{21}(I-A'_{22})^{-1}A'_{12}]^{-1}[A'_{21}(I-A'_{22})^{-1}v^f+v^d]。$$

もし内生部門の付加価値が変化しないならば，

$$\Delta p^d=[I-A'_{11}-A'_{21}(I-A'_{22})^{-1}A'_{12}]^{-1}A'_{21}(I-A'_{22})^{-1}\Delta v^f$$

となり，外生部門の付加価値の変化が価格のフィードバックを通じて内生部門の価格に最終的に及ぼす影響を表わす。

この場合，もし外生部門が輸入部門のみからなると仮定すれば，$A'_{12}=0$, $A'_{22}=0$ なので，内生部門の価格変化と外生部門の付加価値の変化の関係は

$$\Delta p^d=(I-A'_{11})^{-1}A'_{21}\Delta v^f \tag{12}$$

となる。この係数行列は(11)の係数行列と同じであり，(9)からも推察されるように，外生部門の付加価値の変化が内生部門の価格に与える影響は外生部門の価格変化が内生部門の価格に与える影響と同じになる。そして，この場合輸入部門を産業部門からはずして，本源的生産要素として付加価値を構成するものと見なしてもよいことを意味する。

4. 数量制限の影響と価格上昇の影響の関係

この節では，外生部門が輸入部門のみからなり，その財が原材料としてだけ使用される場合，すなわち $A_{12}=0$, $A_{22}=0$, $c^f=0$ となる場合を考察する。

より $B_{21}(I-A_{11})-B_{22}A_{21}=0$。前から B_{22}^{-1}, 後から $(I-A_{11})^{-1}$ をそれぞれ掛けると $A_{2}(I-A_{11})^{-1}=B_{22}^{-1}B_{21}$ となるので，両辺を転置すれば得られる。

もし内生部門の付加価値が変化しないならば，これまでに次のような式が得られた。

$$\Delta x^f = A_{21}(I - A_{11})^{-1}\Delta c^d, \tag{7}$$

$$\Delta p^d = (I - A'_{11})^{-1} A'_{21}\Delta p^f, \tag{11}$$

$$\Delta p^d = (I - A'_{11})^{-1} A'_{21}\Delta v^f \tag{12}$$

これらの式の係数は同じものかあるいはそれを転置したものである。今，

$$A_{21}(I - A_{11})^{-1} \equiv E \equiv (e_{ij}) \quad (i = 1, \cdots, m,\ j = 1, \cdots, n-m),$$

またp^d，c^d の第 i 要素を p^d_i，c^d_i($i = 1, \cdots, n-m$)，x^f，p^f，v^f の第 i 要素を x^f_i, p^f_i，v^f_i($i = 1, \cdots, m$) で示すならば，(7)は

$$\Delta x^f_i = \sum_{j=1}^{n-m} e_{ij}\Delta c^d_j \quad (i = 1, \cdots, m)$$

で表わされる。1つの c^d_j だけを減らすならば，

$$\frac{\partial c^d_j}{\partial x^f_i} = \frac{1}{e_{ij}} \quad (i = 1, \cdots, m,\ j = 1, \cdots, n-m)。$$

すなわち，もし第 i 輸入財1単位の減少を第 j 内生部門の最終需要の減少のみで補おうとすれば，その$\frac{1}{e_{ij}}$単位を減らさなければならないことになる。また，(11)，(12)より

$$\Delta p^d_j = \sum_{i=1}^{m} e_{ij}\Delta p^f_i = \sum_{i=1}^{m} e_{ij}\Delta v^f_i \quad (j = 1, \cdots, n-m)$$

となり

$$\frac{\partial p^d_j}{\partial p^f_i} = \frac{\partial p^d_j}{\partial v^f_i} = e_{ij} \quad (i = 1, \cdots m,\ j = 1, \cdots, n-m)。$$

すなわち，第 i 輸入財の付加価値あるいは価格が1単位上昇するならば，第 j 内生部門の財の価格は e_{ij} 単位上昇することを意味する。そしてこれは第 i 輸入財1単位の減少を補うために必要な第 j 内生部門の最終需要の単位数の逆数となっている。

このモデルにおいては内生部門の最終需要のみが社会的便益であり，輸入原材料と内生部門における労働その他の付加価値が社会的費用である。社会的便益は(10)より

$$(p^d)'c^d = [(p^f)'A_{21}(I - A_{11})^{-1} + (v^d)'(I - A_{11})^{-1}]c^d。$$

また，社会的費用は(5)，(6)より

$$(p^f)'x^f + (v^d)'x^d = (p^f)'A_{21}(I - A_{11})^{-1}c^d + (v^d)'(I - A_{11})^{-1}c^d。$$

故に，

$$(p^f)'x^f + (v^d)'x^d = (p^d)'c^d。$$

すなわち社会的便益と社会的費用が等しくなるという衆知の双対性が得られる（例えば，Dorfman, Samuelson, Solow〔1〕を参照されたい）。これを書き換えるならば，

$$(p^f)'x^f = (p^d)'c^d - (v^d)'x^d$$

となる。これは輸入原材料の総額が輸入原材料への帰属価値と同じであることを示している。

参 考 文 献

〔1〕 Dorfman, R., Samuelson, P. A. & Solow, R. M., Linear Programming and Economic Analysis, McGraw-Hill, 1958.（安井他訳,「線型計画と経済分析, I, II」, 岩波書店, 1958）.

〔2〕 Hawkins, D. & Simon, H. A., "Some Conditions of Macroeconomic Stability", Econometrica, 17, pp. 245—8, 1949.

〔3〕 金子敬生，二木雄策，「物価変動と産業連関——多部門モデルによるわが国物価変動の分析」，季刊理論経済学，15, 1, pp. 25—36, 1964.

〔4〕 Leontief, W. W., The Structure of American Economy, 1919—39, Oxford University Press, 1951.（山田，家本訳,「アメリカ経済の構造」, 東洋経済, 1959).

〔5〕 中西英夫，「簡便法による価格波及分析」，経済統計研究，2，1，pp. 9—21, 1974.

〔6〕 二階堂副包，「現代経済学の数学的方法」，岩波書店，1960.

〔7〕 Solow, R. M., "On the Structure of Linear Models", Econometrica, 20, pp. 29—46, 1952.