

ホログラフィー干渉縞の局在場所に注目した 変位量の測定（回轉變位と面内変位の測定）

松井 洋・加藤 正・吉川和男・田代発造

緒 言

ホログラフィー干渉法を用いた物体の変形量の測定は変形量に比例した干渉縞の縞次数を計測することにより測定できる。

回転量と面内変位量が同時に生じるような変形量の複合した実際問題の変形は各変位方向の変位量を合成した形の干渉縞となり、形状も複雑となるとともに、干渉縞の局在場所（縞像のできる位置）も、回転量による干渉縞の局在場所である物体面上と面内変位量による干渉縞の局在場所である無限遠の中間に局在し、干渉縞と物体の対応点もなくなる。

筆者等は複合変位の各変位成分を測定するために、干渉縞の局在場所と縞形状の変化に注目し、面内変位と回轉變位（垂直変位）が同時に生ずるような実際問題への応用への一考察として、一方向の面内変位と回轉變位を与えるモデル実験を行ない、各変位量について種々の検討を加へ、面内変位量が生じるような変形問題への解決を発見しようとした研究である。

モデル実験としては平行光線を使用し、入射光と観測方向は物体および乾板に垂直に、図1のような光学系をセットした。

面内変位と回轉變位の複合形の組合せについては、図2のように二つに大別し、面内変位方向と回転軸が垂直な(イ)の場合と面内変位方向に回転軸が平行な(ロ)の場合について、縞の形状の変化、および干渉縞の局在場所について検討し、これらのことから、真の回転量と面内変位量の把握のために縞の局在性、見かけの縞次数、および面内変位による縞次数との関連について、思考した。

1. 理 論

1.1 干渉縞の局在場所

干渉縞の局在場所は物体上のある点の近傍、すべての点に対して同位相の干渉縞が生じるような位置に選べば、最も鮮明度の高い干渉縞が得られる。

すなわち、その点の近傍で光路差 ΔL の変化のない位置がよく、その位置は、式(1)の解として得られる。

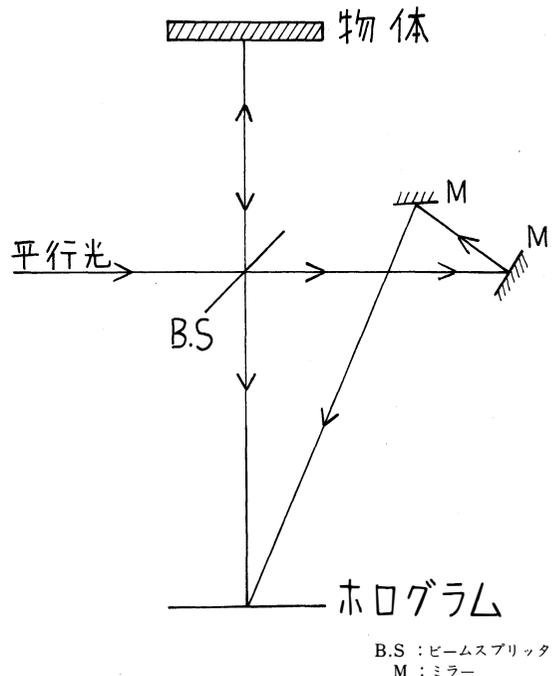


図1 モデル実験 光学系

$$\frac{\partial \Delta L}{\partial x} = \frac{\partial \Delta L}{\partial y} = \frac{\partial \Delta L}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

J. LEROY¹⁾は、図3のような座標系を用いて、局在場所を算出し、山口一郎²⁾は可視度より局在場所を算出している。

図3はOを任意の原点とし、微少面積 ΔS がOXZ面に平行で、光源の座標を (x_s, y_s, z_s) とし、物体の微少面積 ΔS の中央の座標を (x, y, z) として、任意の原点からP点までのベクトルを \bar{V} 、任意の原点から光源Sまでのベクトルを \bar{V}_s としている。

また ΔS が変位する場合の座標系と変位量の関係は、図4に示してある。

ここでSは光源の位置、Pは物体の中央点、Fは縞の位置、 L_s は光源から物体の中央点までの距離、 L_f は縞の位置からPまでの距離、 $\Delta \bar{V}$ はPからP'のベクトルを表わしている。

この座標系において、縞の局在の式は、式(2)となる。

$$\frac{\partial \Delta L}{\partial x} = \frac{\partial \Delta L}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

またSP方向の単位ベクトルを \bar{K}_s 、FP方向の単位ベクトルを \bar{K}_f とした図5のような座標系で ΔL を算出すると、式(3)になる。ここで F_r は実像側の縞の位置、 F_v は虚像側の縞の位置である。

$$\Delta L = (\bar{K}_s \pm \bar{K}_f) \cdot \Delta \bar{V} \quad (3)$$

ここで $\frac{\partial \Delta L}{\partial x}$ 、 $\frac{\partial \Delta L}{\partial z}$ を軸方向の単位ベクトル $\bar{u}_x, \bar{u}_y, \bar{u}_z$ とし、 $\bar{K}_s, \bar{K}_f, \Delta \bar{V}$ と各軸方向のベクトルで、式(3)を変形し、式(2)に代入すると、式(4)が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta L}{\partial x} &= \Delta \bar{V} \frac{\{(y-y_s)^2 + (z-z_s)^2\} \bar{u}_x}{\|\bar{V} - \bar{V}_s\|^3} \\ &\pm \Delta \bar{V} \frac{-(x-x_s)(y-y_s)\bar{u}_y - (x-x_s)(z-z_s)\bar{u}_z}{\|\bar{V} - \bar{V}_s\|^3} \\ &\pm \Delta \bar{V} \frac{\{(y-y_f)^2 + (z-z_f)^2\} \bar{u}_x}{\|\bar{V} - \bar{V}_f\|^3} \end{aligned}$$

$$+ \Delta \bar{V} \frac{-(x-x_f)(y-y_f)\bar{u}_y - (x-x_f)(z-z_f)\bar{u}_z}{\|\bar{V} - \bar{V}_f\|^3} + \bar{K}_s \frac{\partial \Delta \bar{V}}{\partial x} \pm \bar{K}_f \frac{\partial \Delta \bar{V}}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial \Delta L}{\partial z} = \Delta \bar{V} \frac{-(x-x_s)(z-z_s)\bar{u}_x - (y-y_s)(z-z_s)\bar{u}_y + \{(x-x_s)^2 + (y-y_s)^2\} \bar{u}_z}{\|\bar{V} - \bar{V}_s\|^3}$$

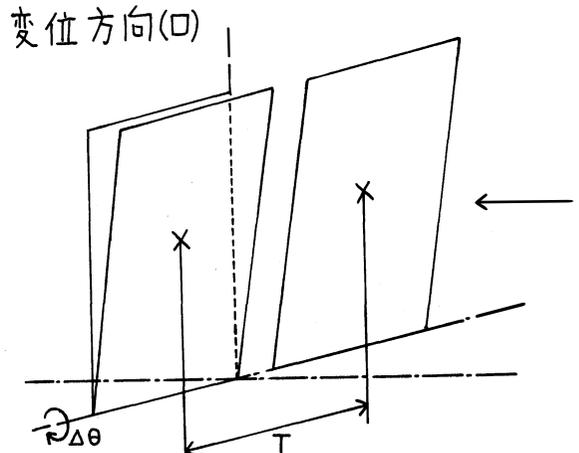
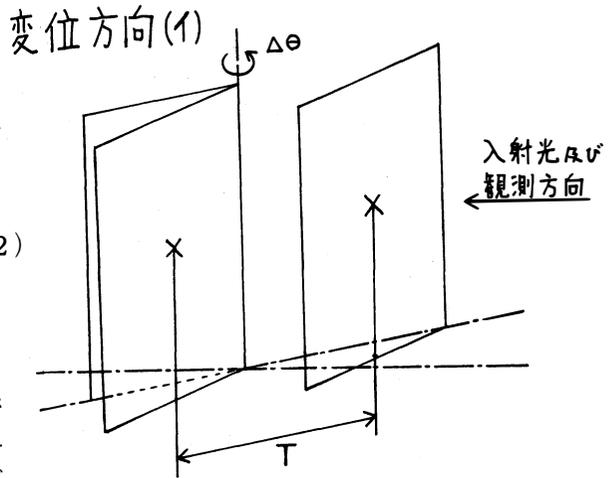


図2 $\Delta \theta$:回転受によるフイゾー
T:XYステージによるプリユースタ

$$\pm \Delta \bar{V} \frac{-(x-x_f)(z-z_f)\bar{u}_x - (y-y_f)(z-z_f)\bar{u}_y + \{(x-x_f)^2 + (y-y_f)^2\}\bar{u}_z}{\|\bar{V} - \bar{V}_f\|^3} + \bar{K}_s \frac{\partial \Delta \bar{V}}{\partial z} \pm \bar{K}_f \frac{\partial \Delta \bar{V}}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

この式が縞の局在場所を示し、変位ベクトル $\Delta \bar{V}$ を与えればよい。

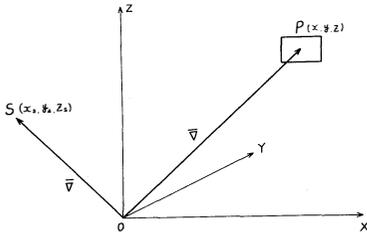


図3 光学系の座標系

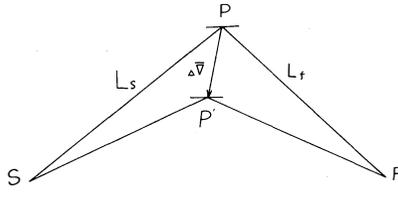


図4 変位と光路差

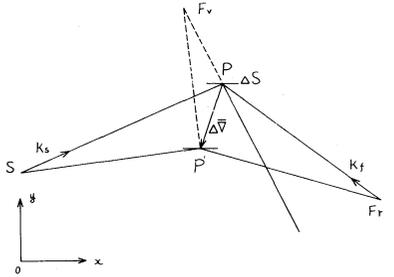


図5 縞の結像系

この結果から、J. LEROY はフィゾー縞の局在場所を算出している。

その座標系は図6に示す。

変位ベクトルを $\Delta \bar{V}$ とすれば、x軸、y軸、z軸の各方向成分は $\Delta V_x = \theta(y_c - y)$, $\Delta V_y = \theta(x - x_c)$, $\Delta V_z = 0$ となり、 $\partial \Delta L / \partial \mathbf{x}$ は、軸変換をして式(5)となる。

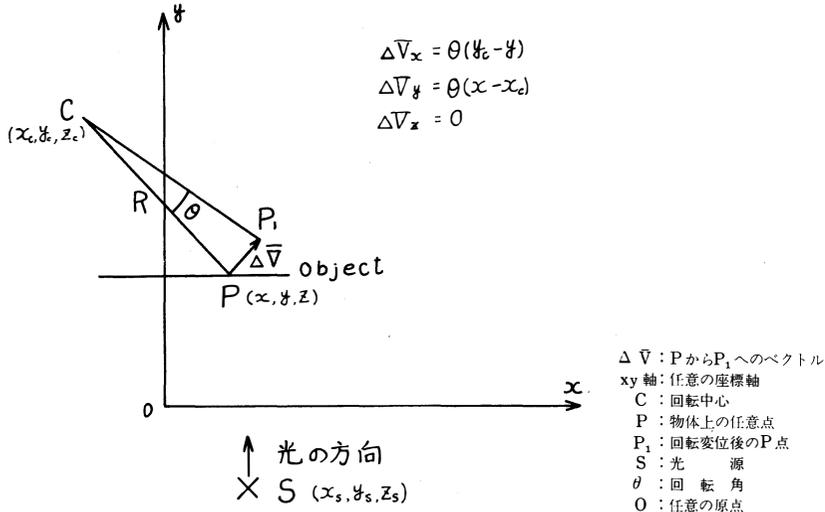


図6 フィゾー縞の局在場所

$$\frac{Y_s(Y_s Y_c + X_s X_c - X_s^2 - Y_s^2)}{(X_s^2 + Y_s^2)^{3/2}} \pm \frac{Y_f(Y_f Y_c + X_f X_c - X_f^2 - Y_f^2)}{(X_f^2 + Y_f^2)^{3/2}} = 0 \quad (5)$$

これを球面座標に変形すると、式(6)が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \rho_2 &= \frac{\{Y_c \sin^2 \alpha + (X_c \sin 2\alpha) / 2\}}{\sin \alpha \pm K_1} & K_1 &= \frac{Y_s(Y_s Y_c + X_s X_c - X_s^2 - Y_s^2)}{(X_s^2 + Y_s^2)^{3/2}} \\ Z_f &= \rho_2 \sin \varphi, X_f = \rho_2 \sin \varphi \cos \alpha, Y_f = \rho_2 \sin \varphi \sin \alpha \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

ここで ρ_2 は物体面からの局在場所, α は物体と観測点のなす角, K_1 は光源によって決定される値である。

筆者等は, 式(6)に面内変位量 T を加えた複合変位について, 図7のような座標系で拡張した。

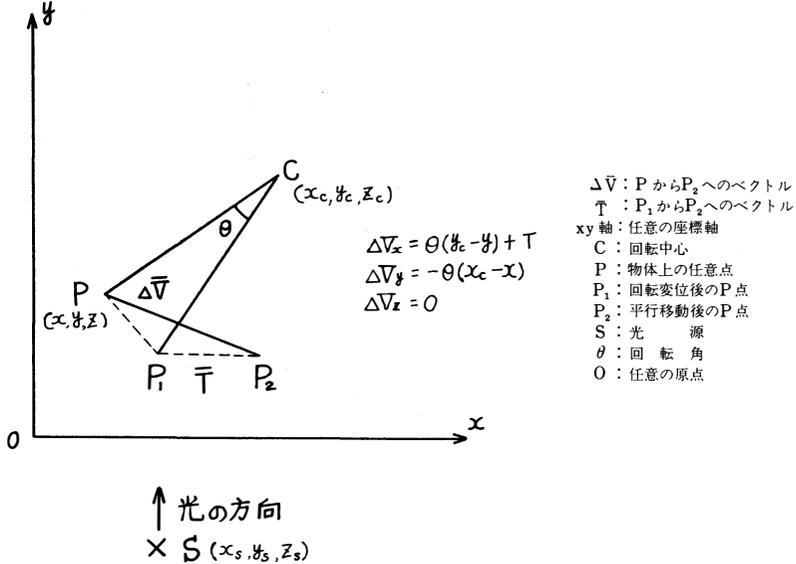


図7 J, LEROYの式の拡張にあたって面内変位成分 T を与える

図7において, \bar{V} は P から P_2 へのベクトル, \bar{T} は P_1 から P_2 へのベクトル, C は回転中心, P は物体面上の任意の点, P_1 は回転変位後の P 点, P_2 は面内変位後の P_1 点, S は光源を示す。

P が P_1 から P_2 への変位した時の x 軸, y 軸, z 軸に対する各方向成分は, $\Delta V_x = \theta(y_c - y) + T, \Delta V_y = -\theta(x_c - x), \Delta V_z = 0$ となる。

これを式(4)に代入し、かつ球面座標に変換すると, 式(7)が算出される。

式(7)は拡散光線で, 面内変位量 T が加わった時の干渉縞の局在の式となる。

$$\left. \begin{aligned} \rho &= \frac{(Y_c - T/\theta)\sin^2\alpha + (X_c/2)\sin 2\alpha}{\mp K_2 + \sin\alpha} \\ K_2 &= \frac{(Y_c + T/\theta)Y_s^2 - X_c X_s Y_s - (X_s^2 + Y_s^2)}{(X_s^2 + Y_s^2)^{3/2}} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

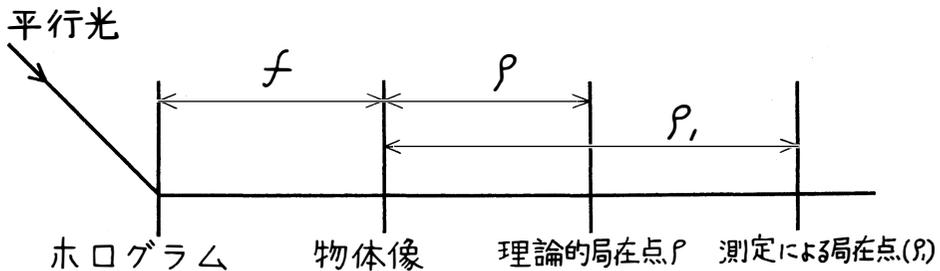


図8 f, ρ, ρ_1 の位置的關係

これをモデル実験に一致するように、平行光線を用いた、実像側で測定するという条件にすると、式(7)は式(8)となる。

$$\rho = \frac{(Y_c + T/\theta)\sin^2\alpha - (X_c/2)\sin 2\alpha}{1 + \sin\alpha} \quad \left. \vphantom{\rho} \right\} \quad (8)$$

$$K_2 = -1$$

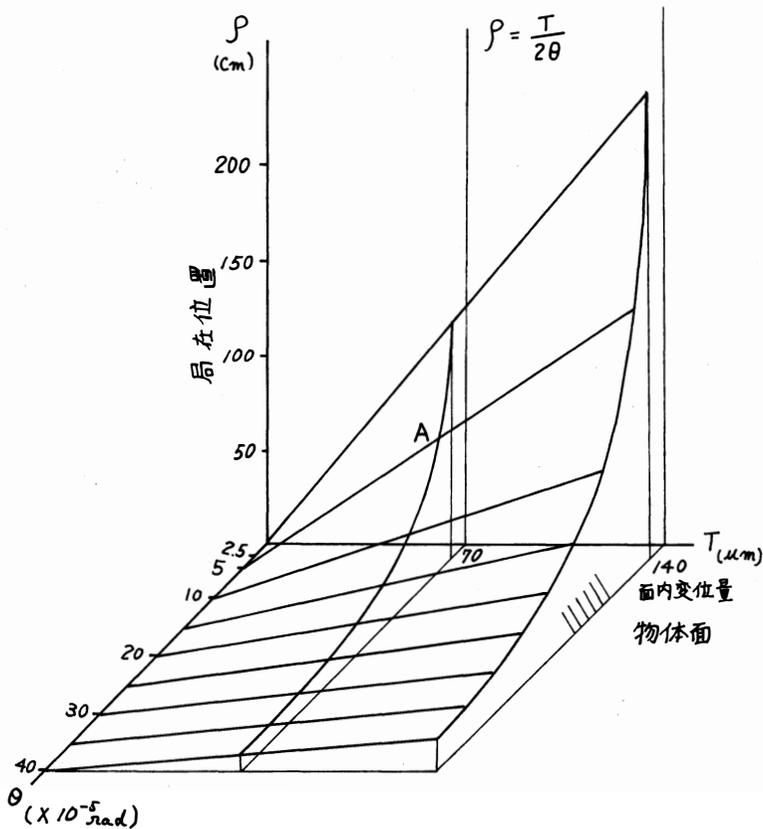


図9 複合変位による干渉縞の局在場所

ここで回転中心が物体面上にあり、物体と観測点のなす角が $\pi/2$ の時には、局在場所は式(9)で表らわされる。

$$\rho = T / -2\theta \quad (9)$$

これを実像で再生し実際の場合の局在場所 ρ_1 を求める時は式(9)にKという補正を加え、式(10)となる。また ρ を正にとると

$$\rho_1 = K \cdot T / 2\theta \quad (10)$$

このKは光学系によって決定され、モデル実験では、物体の拡大率の二乗で示され式(11)となる。

$$K = |(f + \rho) / f|^2 \quad (11)$$

このfと ρ の関係を図8に示す。fはホログラムと物体の距離、 ρ は理論局在場所、 ρ_1 は測定による局在場所を示している。

式(9)を、グラフにすると、図9になる。(ρを正方向ととる)

ここで、 x 軸方向に回転量、 y 軸方向に面内変位置量、 z 軸方向に局在場所 ρ をとる。
 この θ 軸上では物体面上に局在し、 T 軸上では無限遠方に局在していることを示す。
 例えば、点 A について説明すれば、回転量に面内変位置量が加わった場合は、 θ 軸から A 点に近づくようになり、面内変位置量に回転量が加わった場合は、あたかも無限遠から A 点に近づくように観測される。

1.2.1 縞の増減の理論

面内変位方向に対して回転軸が垂直な、
 図2の(イ)の場合については縞の増減が生じる。

一般的に光路差は、式(12)で示される。

$$\Delta L = u \cos \alpha + w(1 + \sin \alpha) \quad (12)$$

ここで、 u は面内変位置量、 w は垂直変位置量を示す。

モデル実験では、図10の座標系となる。

式(12)は変形され、式(13)になる。

$$\Delta L = \{ \pm T + \ell (1 - \cos \theta) \} \cos \alpha + \ell \sin \theta (1 + \sin \alpha) \quad (13)$$

ここで a はホログラム乾板と物体の距離、
 T は面内変位置量、 ℓ は物体の長さ、 θ は回転角、 H はホログラム乾板を示す。

縞次数は式(14)となる。

$$N = (\pm \ell \cdot T / a + 2 \ell \cdot \theta) / \lambda \quad (14)$$

N はみかけの縞次数、 λ は波長を示す。

式(14)の第一項の+は、図10で右方向に物体が移動することを示し、-は左方向に物体が移動することを示す。

また、面内変位方向に回転軸が垂直な場合の干渉縞の増減は $\ell \times T / a$ の項が影響を与える。

1.2.1 干渉縞が傾く場合

面内変位方向に対して回転軸が平行な図2の(ロ)の場合は干渉縞が傾く。

これは前述したように、回転による光路差と面内変位による光路差が加わったものであるため、回転による縦方向の光路差に、面内変位による横方向の光路差を加えるために、斜目の干渉縞が生じるのである。

ゆえに傾き角 φ の正接は、回転による縞間隔を面内変位による縞間隔で除したものになり、式(15)で示される。

$$\rho = \tan^{-1}(T / 2a \theta) \quad (15)$$

ここで φ は干渉縞の傾き角、 T は面内変位置量、 a はホログラムと物体の距離、 θ は回転量を示す。

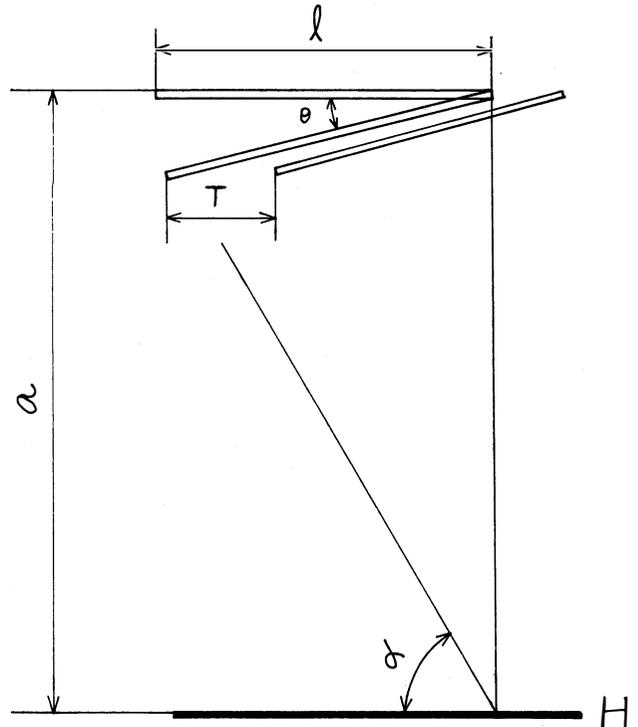
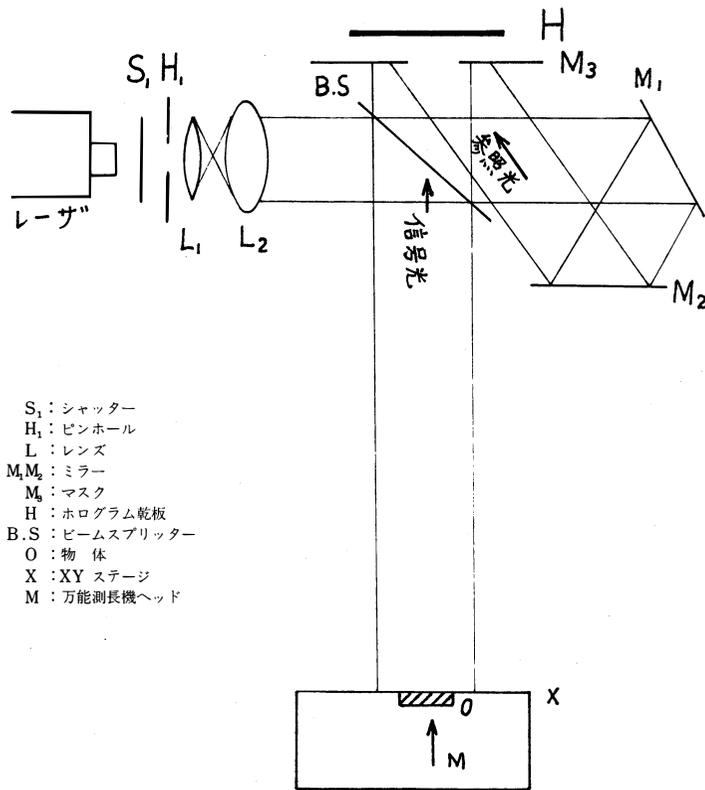


図10 縞の増減

2. 実 験

縞の局在場所、縞模様の変化、すなわち縞数の増減、縞の傾き角の関係を研究するために、図11の



- S₁ : シャッター
- H₁ : ピンホール
- L : レンズ
- M₁, M₂ : ミラー
- M₀ : マスク
- H : ホログラム乾板
- B.S. : ビームスプリッター
- O : 物体
- X : XY ステージ
- M : 万能測長機ヘッド

図11 光学系の概略図

ような光学系を示した。

2.1 光学系と変位置の測定方法

図11は使用した光学系の概略図である。

H_e-N_eガスレーザー（出力25mW、波長6328Å）から出た光ビームをL₁で広げ、コリメーターレンズにより平行光束にし、試料面に垂直に照明する。

物体から拡散された光はホログラム乾板に当てられ半透鏡を通った光は鏡により曲げられ、参照光としてホログラム乾板を照射する。

マスクは、図12のようにホログラム乾板を二つに分けるため置かれた。

1の部分には、回転量のみの干渉縞を記録し、2の部分では、面内変位と回転量の複合された干渉縞を記録するために二つに分けられた。

また面内変位置を算出するために、試料は図13のように、二つの物体を置いた。

試料O₁では測長機のヘッドで回転量が与えられ、その後、試料O₁、O₂に同時に面内変位置を与えた。

すなわち撮影の順序としては、ホログラ

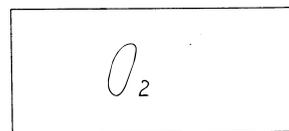
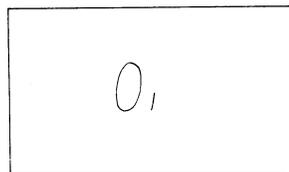


図13 試料の位置

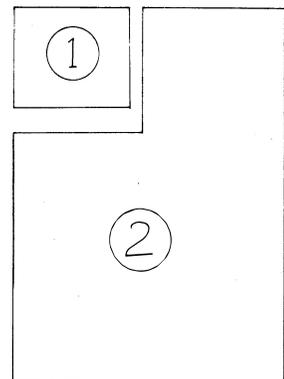


図12 マスク形状

ム乾板全面に無変位の物体を露光し、次にマスク1で試料の回転量のみを二重露光し、次に面内変位を加えた後に、マスク2を用いて撮影した。

この結果、ホログラム1の所には、回転量のみが記録され、ホログラム2の所では、 O_1 の試料上で複合変位された干渉縞が得られ、試料 O_2 では面内変位量のみの干渉縞が得られた。

この二重露光された乾板をもとの位置にもどして、1を再生し、回転量を求め、2を図14のような方法で再生し、面内変位量を示す縞間隔を測定し、面内変位量を求めた。

すなわち実像のできる側にレンズLを置き、その焦点面にピントガラスを置きその縞間隔を求めた。

干渉縞の局在の測定は、図15のような光学系で、再生光を撮影の時より絞った光で再生し、実像が見える側でピントガラスを置き、視覚的に明瞭な場所を数個のデータにより、統計的に処理した。

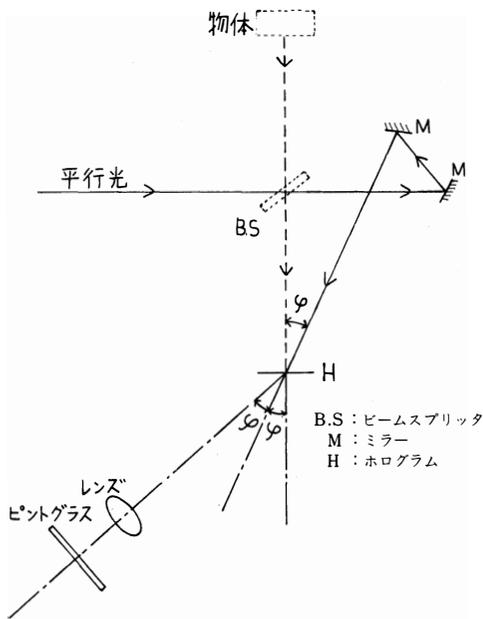


図14 面内変位量の測定光学系

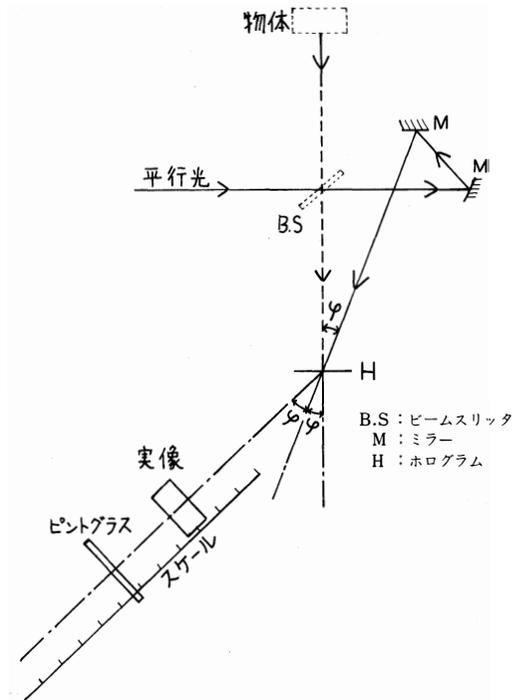


図15 再生における縞定着点の測定光学系

3. 結果と考察

i) 図16は局在場所を測定した結果である。

横軸に面内変位量、縦軸に局在場所 ρ_1 を取り、 θ を一定とした時の理論値と実験値である。

θ 量が小さいほど感度が高く、 ρ_1 について敏感に移動し、 θ の増加にともなって感度が低くなるが、Tの大きい量まで、ほぼ一致している。

縞測定の限界の曲線は、試料の縞次数から限定される測定限界である。

ii) 補正值Kについては図17に示してある。

Kについては、横軸に ρ_1 、縦軸にKを取ったグラフを書くと理論値は直線で示され、実測値を丸でグラフに取ると、ほぼ一致している。

また、縞の測定については、面内変位量が大きくなると縞の鮮明度が低下し、縞の局在幅が大きくなり、測定に誤差を与える。

図18は、鮮明度が面内変位量の増加により悪くなっていることがわかる。

Dは絞りの直径、 θ は回転量、Tは面内変位量、 ρ_1 は局在場所を示している。

これより、縞の測定から縞測定の難易度として、図19に定性的にまとめてある。

x 軸方向に回転変位量、y 軸方向に面内変位量、z 軸方向に局在場所をとる。

鮮明度は物体面上に局在する場合を1として、面内変位量Tが増加するにしたがって減少し、面内変位量Tが一定のところでは、鮮明度も一定である。

また局在の幅は、一定の回転量の場合は、面内変位量が増加するにしたがって増大し、面内変位量が一定の場合は、回転量 θ が減少するにしたがって減少する。

iii) 干渉縞の増減については図20に示す。

このグラフは面内変位方向に対して、回転軸が垂直な場合のグラフであり、縦軸に縞次数、横軸に面内変位量を取り、回転量を一定とした図である。

式(14)の理論値は直線で示され、実験値は丸で示されていて、良い一致が見られる。

左から二番目の物体の写真は、回転量のみを表わし、その右側の物体の写真は、面内変位量の干渉縞を表わす物体O₂の縞次数が増加するにつれて、複合変位の干渉縞を表わす物体O₁の干渉縞が増える。また一番左側の写真は、物体O₂の干渉縞が増加するにしたがって、O₁上の縞次数が減少する。

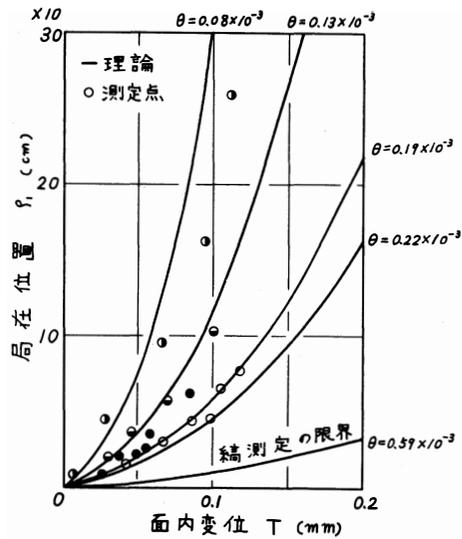


図16 局在位置の測定

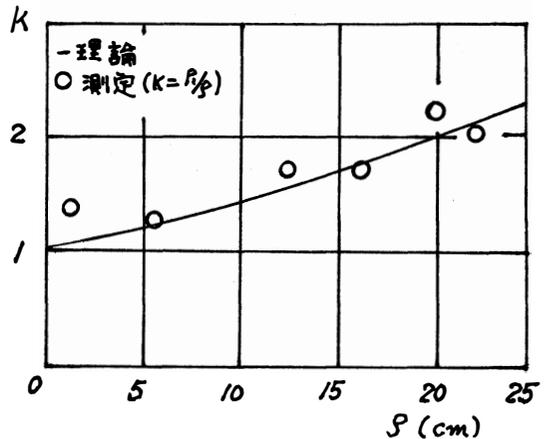
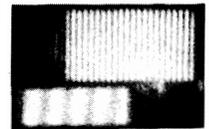


図17 再生による理論的局在位置の変化

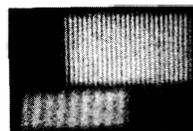
鮮明度の比較 $\theta = 0.14 \times 10^{-3} \text{ rad}$ 絞り D = 10 mm



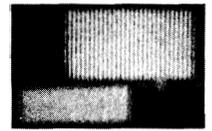
T = 0 μm
ρ₁ = 0 cm



T = 50 μm
ρ₁ = 33.7 cm



T = 92 μm
ρ₁ = 90.9 cm



T = 128 μm
ρ₁ = 168.1 cm

図18 鮮明度の比較

iii) 縞が傾く場合の結果を図21に示す。

このグラフは、面内変位方向が回転軸に平行な場合の縞の変化を示したものである。

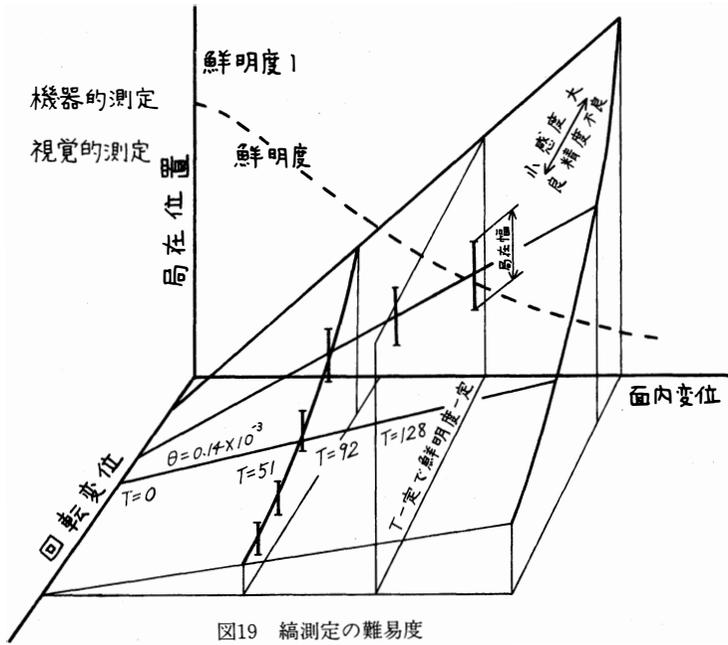


図19 縞測定の難易度

面内変位量 T を横軸に、傾き角 θ を縦軸に取り、式(15)の理論値を直線で、測定値を丸で示している。

結果は良い一致が見られ、写真でわかるように、この場合は縞が傾く。

面内変位方向が逆の場合は、傾むく方向も逆になる。

図20, 図21の写真は、スポット光源を利用し、撮影を行なった。

以上縞の局在の式(10)と縞の増減の(14)の二つの式の連立方程式を解くことにより、面内変位量 T と、回転量 θ が得られる。

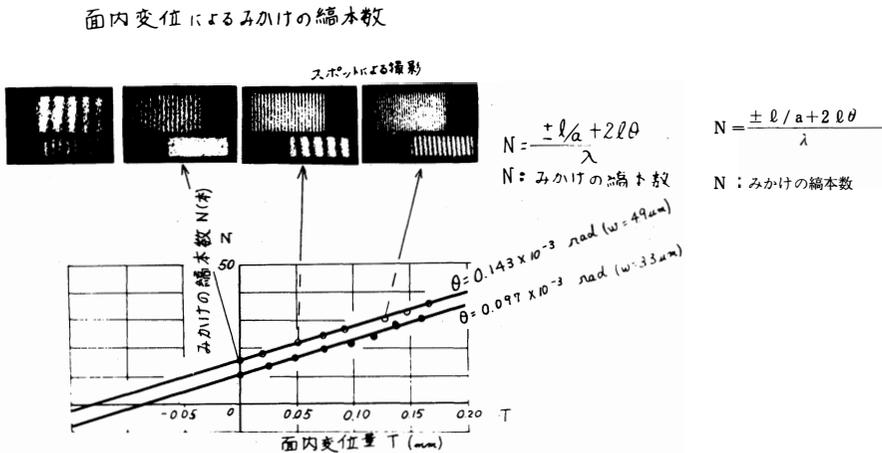


図20 面内変位によるみかけの縞本数

面内変位による縞の傾き角

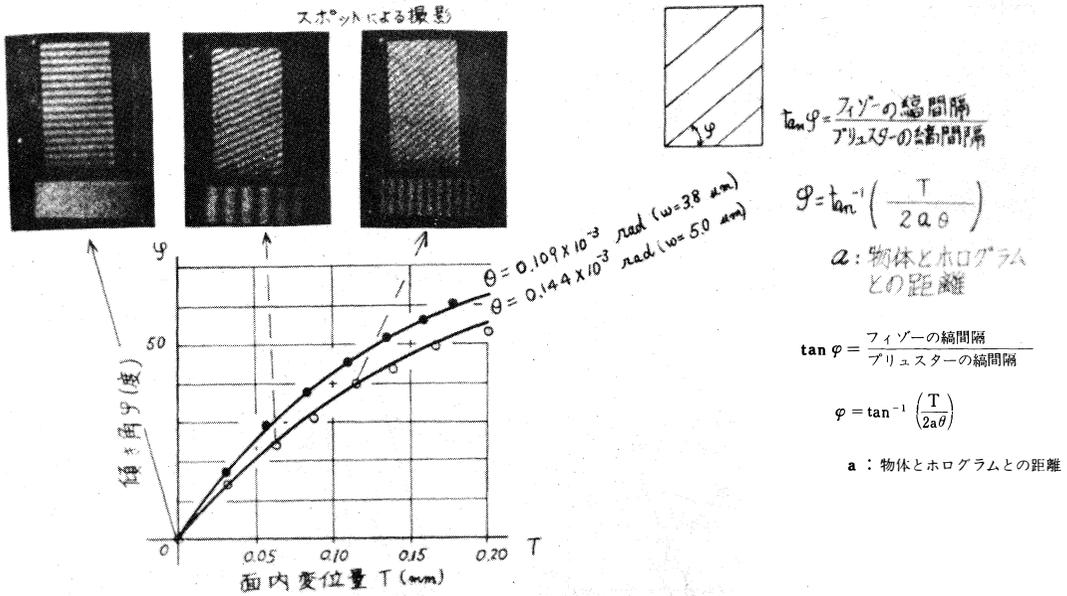


図21 面内変位による縞の傾き角

4. 結 論

ホログラフィ干渉法における，複合変位をする応用実験において，真の垂直変位量と面内変位量を求めるのに役立つ

このモデル実験により得られたことを示す。

1. 局在点の変化は，回転量を一定とすれば，面内変位量 μm を与えると，局在所は cm で測定でき一種の拡大機構となる。

2. 局在所 ρ_1 とすれば， ρ_1 は式(10)で与えられる。

3. 縞の増減による記録はスポット再生により可能となる。

4. 縞の増減，傾き角は，式(14)，式(15)で与えられる。

5. 図2の変位方向 λ の真の面内変位量，および回転量は，式(10)と式(14)の二つの式の連立方程式を解くことにより，求められる。

6. 局在所の測定方法は，なお思考を用するが，局在所の測定誤差による，真の変位量におよぶ誤差は， $\Delta T = 2\theta \Delta \rho_1, \Delta \theta = (2\theta^2 / T) \Delta \rho_1$ となり，面内変位量に大きく影響する。従がって，面内変位量の大きな引張問題では良好な感度を有すると判断される。

終りに本研究をすすめるにあたって，理化学研究所の山口一郎氏と工業計測講座の研究室の人達により誠心援助を頂いたことを深く感謝します。

参 考 文 献

本論文は昭和52年度，精機学会春季大会に発表したものの一部である。

- 1) J. LEROY: Localisation des franges en interferometrie holographiq : NOUV ELLE REVUE D'optiqu vol 6 NO. 6 (1975)
- 2) 山口一郎: レーザーを用いた変形の測定: 画像技術, 3月号, 1976年
- 3) 辻内順平, 武谷直谷, 松田浄史: ホログラフィによる変形の測定: 応用物理37巻 第9号(1968)
- 4) M. ボルン, E. ウォルフ : 光学の原理 II, III 東海大出版会

The Measurement of Displacement by Fringe-localization in Holographic Interferometry.

Hiroshi MATSUI Tadashi KATO
Kazuo YOSHIKAWA Hatsuzou TASHIRO

This paper deals with the basic research of material deformation by holographic interferometry.

The authors paid attention to the fact that fringe-localization and fringe pattern were varied by a combination of displacement (rotation and translation).

For this purpose, the theories of fringe-localization and fringe pattern are analyzed, and simplified models are used.

As a result, the measurement of each component quantity is made possible.

(1977年10月20日受理)