

液膜における固-液間輸送現象

宮下 尚・佐伯和男・菅田益司

Transport Phenomena between Solid and Liquid in Liquid film flow

Hisashi MIYASHITA・Kazuo SAHEKI・Masuji SUGATA

Heat transfer coefficients in liquid film flow on the vertical tube or plate are reported by many investigators. Dukler and Kutateladze have theoretically studied. Dukler's theory is taken into consideration in general with shear stress on the liquid-gas interface for momentum transfer in falling film flow, whereas Kutateladze's theory set up the momentum transfer in film flow without shear stress on this interface.

In this paper, the development of their theories is reported. Heat transfer coefficients are obtained by using the electrochemical method and the mean film thickness is obtained by using the shutout procedure. They are compared with Dukler's and Kutateladze's. According to our experimental results, we found as follow: Dukler's is remarkably in agreement with our experimental values in the region of high β . But Kutateladze's in the region of low β , low Reynold's number and thick film, $\delta^+ > 30$.

緒 言

近年、科学技術は著しい発展をとげている。それに伴い工業用水の増大及び冷房の普及による地下水の不足あるいは温排水等による環境温度の上昇問題が深刻になっている。更に、最近石油資源の不足によるエネルギー転換によりエネルギーの主役は原子力に移りつつあり高温高熱流束化の方向に進んでいる。この対策としては、冷却方法を改良したり温排水の熱の回収による資源の有効利用である。そこで注目されているのが水の蒸発潜熱を利用した蒸発冷却器である。これは、冷水塔に比べて水量が少なく、蒸発潜熱を利用するので空冷式よりも空気流量が少なくすむ。さらに伝熱面積が小さくてよい。しかしながら蒸発冷却器としての研究は、最近ようやく活発になってきたもので各移動係数、移動過程の解析等がいまだ明確ではない。前報では、水平管の外面を流れる液膜内の移動現象を理論的、実験的に解

析し報告した。本報では、界面剪断応力の存在する場合の垂直管内の液膜内の固液間の移動について実験を行い従来の理論と比較検討する。垂直伝熱面に沿って流下する液膜側伝熱係数に関しては、Sexauer²⁾、McAdams³⁾、Drew & Bays⁴⁾、Garwin & Kelly⁵⁾、Wilke⁶⁾、Kutateladze⁷⁾らの報告がある。この中でSexauerからWilkeまでの報告は実験的なものでありDuklerおよびKutateladzeの報告は理論的に解析したものである。界面剪断力を考慮に入れた実験的研究は少なくDuklerの理論的に取り扱ったものがあるにすぎない。そこで本報告では蒸発冷却器のよりよい設計指針を得ることを目的として空気の流れが固液間移動係数にどのような影響を与えるかをDuklerの理論をもとに電極反応により伝熱係数を求め、さらに締切法により液膜厚みを求めて実験的検証を行った。さらに、Kutateladzeの理論をDuklerのパラメーターに変換してそれらとも比較検討を行った。

1. 実験装置および方法

実験装置の概略図は、Fig. 1-1 に示される。

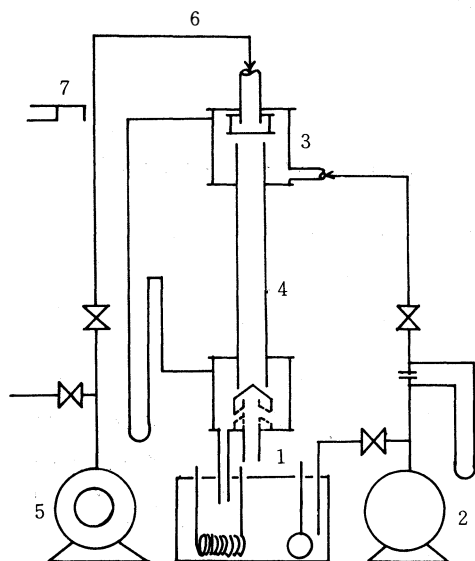


Fig. 1-1 Experimental Apparatus

恒温槽①の液はポンプ②によりヘッドタンク③に送られオーバーフローしてテストセクション④の内壁に沿って膜状に流下し気液分離されて再び恒温槽にもどり循環使用される。ブロー⑤からの空気は助走区⑥を通りテストセクションに送られ電解液と並流接触しながら流下し気液分離されて大気中へ放出される。なお空気流量は、ピトー管⑦とゲッチャー微圧計により測定した。

テストセクションの詳細図はFig. 1-2 に示される。

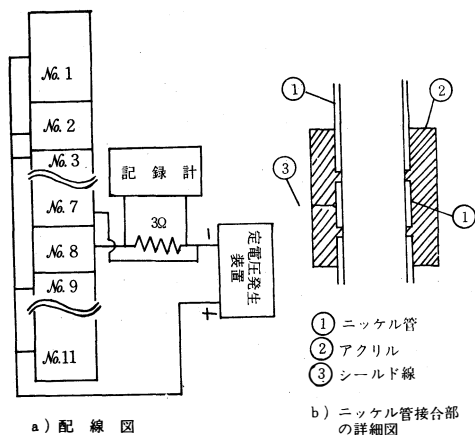


Fig. 1-2 テストセクション詳細図

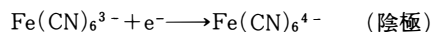
テストセクションは内径16mm外径20mmのニッケル管を長さ150mmおよび10mmに切断したものをFig. 1-2aに示すように上部より150mm、10mm、150mm、……、10mm、150mmと交互に組み合わされており、150mmのニッケル管と、10mmのニッケル管はFig. 1-2bのようにアクリルによって絶縁されている。ニッケル管は非常に目のこまかいエメリペーパーによりみがかれる。実験前には常に四塩化炭素でテストセクションを洗浄した。

今、Fig. 1-2aの№8における物質移動係数を測定する時、図のように№7、8は陰極にし、残りの№1、2、3、……、11はすべて陽極にする。本実験では、0.7V～1.8Vの間で限界電流が得られた。液膜降下速度が早くなると反応抵抗が無視しえなくなり限界電流が消失することがあるので実験時は絶えず限界電流が保たれていることを確認する必要がある。本実験では液膜降下速度が早くなるにつれて1.0～1.5Vの電圧をかけた。

実験は、液流量一定のもとで空気流量を変化させて行い物質移動係数を測定し、アナロジーが成立すると仮定して伝熱係数を求めた。物質移動係数は、求めた電流値を式(1-1)に代入して求めた。その際、必要なCb(液本体濃度)は、実験のつどヨードメトリ法により求めた。液膜厚みに関しては、水を用いて締切法により測定した。その際のテストセクション内の圧損はヘッドタンク内の圧力と大気圧との差としてマンオメーターで測定した。

2. 実験条件及び物性

○反応系は、支持電解質として NaOH 溶液を用いフェロ、フェリシアン化カリウムの酸化還元反応を使用した。



○使用液：

フェリシアン化カリウム $[\text{K}_3\text{Fe}(\text{CN})_6]$
0.005mole/ℓ

フェロシアン化カリウム $[\text{K}_4\text{Fe}(\text{CN})_6]$
0.005mole/ℓ

水酸化ナトリウム $[\text{NaOH}]$ 2mole/ℓ

液温 30℃ (303°K)

粘度 $1.024 \times 10^{-3} \text{ [kg/msec]}$

密度 1.0816×10^{-3} [kg/m³]
 比熱 0.905 [kcal/kg°C]
 熱伝導率 1.5397×10^{-4} [kcal/msec°C]
 液流量 (膜レイノルズ数 $4\Gamma/\mu$)
 500~5000

空気流量 (界面剪断力 β)
 0~40

加電圧 1.0~1.5V

上記の物性は測定および推算によった。とくに拡散係数に関しては Hanratty⁸⁾ の式を用いた。

$$D = 2.298 \times 10^{-10} T / \mu$$

3. 理 論

これまでに提案されたいくつかのモデルを挙げてみる。流れが層流であるとすれば、剪断応力分布は、
 $\tau_{gc} = \mu_w (du/dy)$
 で表現される。流れが乱流の場合には半経験的な式がいくつかある。

$\tau_{gc} = \epsilon (du/dy)$ Boussinesq
 ϵ は Boussinesq のうず粘度である。

$\tau_{gc} = \rho_w l^2 (du/dy)^2$ Prandtl⁹⁾
 l は Prandtl の混合距離である。

$\tau_{gc} = \rho_w k^2 \left| (du/dy)^3 / (d^2u/dy^2)^2 \right| (du/dy)$
 Von Karman¹⁰⁾

k は定数である。

$\tau_{gc} = \rho_w n^2 u y \{ 1 - \exp(-n^2 u y / \nu_w) \} (du/dy)$
 Deissler¹¹⁾

n は 0.124 である。

以上挙げた五つの式はいずれも剪断応力分布式であり液膜の速度分布を明らかにする基礎となる。Nusselt は液膜の流れが全領域にわたって層流であると仮定し気液界面の剪断応力がゼロの場合の液膜内の速度分布を求め、さらに、温度分布が速度分布と相似の関係にあるとして液膜の伝熱係数を理論的に求めている。

Kutateladze は液膜内の流れは $y^+ = y u_* / \nu_w$ が 11.6 以下では層流であり、それ以上では、Prandtl-Nikuradze の対数法則が適用できると仮定して無次元液膜厚み ($\delta^+ = \delta u_* / \nu_w$) と膜レイノルズ数 ($4\Gamma/\mu$) との関係の導びいている。この方法もまた Nusselt の方法と同様にアナロジーにより伝熱係数を導出している。つぎに Dukler は、Deissler のうず粘度を用

いて無次元液膜厚み $\eta = \delta(g/\nu_w^2)^{1/3}$ を界面剪断応力の関数である $\beta = (u_*^3/g\nu_w)^{2/3}$ とレイノルズ数 $Re = 4\Gamma/\mu$ の関数として導いている。この場合も前述の二つの場合と同様にアナロジーにより伝熱係数を導出している。

3・1 モーメント移動における Dukler の理論
 液膜の流れは壁面から離れるにつれて層流から乱流へと連続的に移行する。この現象を表現するため、液膜内剪断応力分布を次式で表わす。

$$\tau_{gc} = (\mu_w + \epsilon \rho_w) du/dy \quad (3-1.1)$$

ϵ はうず粘性係数と呼ばれるもので、一般に位置 y と速度 u の関数である。Dukler が使用した粘性係数は、

$y^+ \leq 20$ の場合 Deissler の式

$$\epsilon_M = \epsilon_H = n^2 u y \{ 1 - \exp(-n^2 u y / \nu_w) \}$$

$y^+ > 20$ の場合 VomKarman の式

$$\epsilon_M = \epsilon_H = (du/dy)^3 / (d^2u/dy^2)^2 \cdot k^2$$

である。Dukler は液膜流れにおいては y^+ が 20 を越えることは少ないとして全流域に対して Deissler の式を適用している。

無次元距離 u^+ 、無次元距離 y^+ を次のように定義する。

$$u^+ = u / u_*$$

$$y^+ = y u_* / \nu_w$$

ただし、 $u_* = (\tau_o g c / \rho_w)^{1/2}$ なる摩擦速度である。式 (3-1.1) を無次元化すると次のようになる。

$$\frac{\tau}{\tau_o} = [1 + n^2 u^+ y^+ \{ 1 - \exp(-n^2 u^+ y^+) \}] \frac{du^+}{dy^+} \quad (3-1.2)$$

一方、液膜内のバランスより次式が得られる。

$$\tau - \tau_s = (\delta - y) \rho_w g / g_c \quad (3-1.3)$$

$$\tau_o - \tau_s = \delta \rho_w g / g_c \quad (3-1.4)$$

式 (3-1.3)、式 (3-1.4) より

$$\tau / \tau_o = 1 - \sigma^3 y^+ / \delta^+ \quad (3-1.5)$$

ただし、 $\sigma^3 = (\tau_o - \tau_s) / \tau_o$ である。

式 (3-1.2)、式 (3-1.5) より液膜の速度分布式は次のようになる。

$$1 - \frac{\sigma^3 y^+}{\delta^+} = [1 + n^2 u^+ y^+ \{ 1 - \exp(-n^2 u^+ y^+) \}] \frac{du^+}{dy^+} \quad (3-1.6)$$

膜レイノルズ数はつぎのように表わせる。

$$Re = 4\Gamma/\mu = 4 \int_0^{\delta^+} u dy^+ \quad (3-1.7)$$

円管中心部の空気が流れている部分については次の関係が成立する。

$$\Delta p \cdot \pi(r-\delta)^2 = 2\pi(r-\delta)\Delta H \cdot \tau_s \quad (3-1.8)$$

式(3-1.8)と液膜内の力のバランスより次式が導びかれる。

$$\sigma^3 + \frac{\beta}{\delta^{+2/3}}\sigma^2 - 1 = 0 \quad (3-1.9)$$

$$\begin{aligned} \text{ただし } \beta &= (r\Delta p / 2\Delta H) \cdot (g_c^3 / \rho_w g^2 \mu_w^2)^{1/3} \\ &= (u_*^3 i^3 / g \nu_w)^{2/3} \end{aligned}$$

である。

式(3-1.9)より、任意の β と δ^+ について、 σ^3/δ^+ を求める。この値を式(3-1.6)に代入し Runge—kutta 法により速度分布を求め同時に式(3-1.7)より膜 Re 数を求める。Dukler は δ^+ とは別に無次元液膜厚みを次のように定義している。

$$\eta = \delta(g/\nu_w^2)^{1/3} \quad (3-1.10)$$

以上により膜レイノルズ数 Re_w 、無次元液膜厚み η 、液膜内速度分布式などの関係が得られる。

3・2 Dukler の理論の熱移動への拡張

液膜内の熱移動がモーメント移動と同じ機構で行われるとすると次式が得られる。

$$q = -(\lambda_w + \epsilon_H C_w \rho_w) dt_w / dy \quad (3-2.1)$$

ここで、 ϵ_H は ϵ_M と対応してうず熱伝導度と呼ばれ両者はほぼ等しい値を示す。

無次元温度 t_w^+ を次式で定義する。

$$t_w^+ = C_w(t_{wo} - t_w) \rho_w u_* / q_o \quad (3-2.2)$$

式(3-2.1)を無次元化すると次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{q}{q_o} &= \left[\frac{1}{Pr_w} + n^2 u^+ y^+ \{ 1 - \exp(-n^2 u^+ y^+) \} \right] \frac{dt_w^+}{dy^+} \\ &= 1 \end{aligned} \quad (3-2.3)$$

一方、液膜の伝熱係数を h_w とすると

$$q_o = h_w(t_{wo} - t_{ws}) \quad (3-2.4)$$

式(3-2.2)、式(3-2.4)より h_w は、

$$h_w = C_w \rho_w u_* / t_{ws}^+ \quad (3-2.5)$$

となる。

式(3-1.6)、式(3-2.3)より t_{ws}^+ を求め、式(3-2.5)に代入することによって伝熱係数 h_w は求められる。

3・3 モーメント移動における kutateladze の理論

液膜内において y^+ が11.6以下では層流であるとす

る。層流における剪断応力分布は、

$$\tau_{gc} = \mu_w (du/dy) \quad (3-3.1)$$

である。力のバランスを考えると、

$$\tau_o = \Delta p r_o / 2 \Delta H = \tau_{ro} / (r_o - y) \quad (3-3.2)$$

式(3-3.1)、式(3-3.2)より

$$\frac{du}{dy} = \frac{\tau_o g_c}{\mu_w} \left(1 - \frac{y}{r_o} \right)$$

ここで、 $1 - y/r_o \doteq 1$ とすると上式は次のようになる。

$$du/dy = u_*^2 / \nu_w \quad (3-3.3)$$

式(3-3.3)を $y = 0$ より $y = y$ まで積分すると、

$$\begin{aligned} u/u_* &= y u_* / \nu_w \\ u^+ &= y^+ \end{aligned} \quad (3-3.4)$$

となる。

一方、 $y^+ > 11.6$ の範囲では Prandtl の剪断応力分布式が適用できる。

$$\tau_{gc} = \rho_w l^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2 \quad (3-3.5)$$

式(3-3.2)と式(3-3.5)より

$$l = \left[\left(\frac{\tau_o g_c}{\rho_w} \right) \left(1 - \frac{y}{r_o} \right) \right]^{1/2} \frac{du}{dy}$$

壁近傍では $l' = ky$ であるから

$$du/dy \doteq u_* / l = u_* / ky \quad (3-3.6)$$

式(3-3.6)を $y = 11.6 \nu_w / u_*$ から $y = y$ まで積分すると

$$u^+ = \frac{1}{k} \ln y^+ + 11.6 - \frac{1}{k} \ln 11.6$$

壁近傍では、 $k = 0.4$ であるので上式は、

$$u^+ = 2.5 \ln y^+ + 5.5 \quad (3-3.7)$$

となる。

次に、膜 Re_w 数と無次元液膜厚み δ^+ の関係を導出する。膜 Re_w 数は、次式で表わされる。

$$Re_w = 4 \int_0^{\delta^+} u^+ dy^+ \quad (3-3.8)$$

故に、 $\delta^+ \leq 11.6$ では式(3-3.4)、式(3-3.8)より Re_w は

$$\begin{aligned} Re_w &= 4 \int_0^{\delta^+} y^+ dy^+ = 2 \delta^{+2} \\ \delta^+ &= \frac{\sqrt{2}}{2} Re_w^{1/2} \end{aligned} \quad (3-3.9)$$

$\delta^+ > 11.6$ では、式(3-3.7)、式(3-3.8)より Re_w は、

$$Re_w = \delta^+ (12 + 10 \ln \delta^+) - 156 \quad (3-3.10)$$

となる。

3・4 kutateladze 理論の熱移動への拡張

熱移動が kutateladze の理論におけるモーメント移動と同じ機構で移動するものと考えたと $y^+ \leq 11.6$ では、次のようになる。

$$q = -\lambda_w dt_w / dy \quad (3-4.1)$$

式 (3-4.1) を無次元化すると、

$$\frac{q}{q_o} = \frac{1}{Pr_w} \frac{dt_w^+}{dy^+} = 1 \quad (3-4.2)$$

式 (3-4.2) を $y^+ = 0$ で $t_w^+ = 0$ 、 $y^+ = y^+$ で $t_w^+ = t_w^+$ なる条件を解くと、

$$t_w^+ = Pr_w y^+ \quad (3-4.3)$$

$y^+ \geq 11.6$ では、次式が適用される。

$$q = -\rho_w C_w l^2 \left(\frac{du}{dy} \right) \left(\frac{dt_w}{dy} \right)$$

上式に式 (3-3.6) を代入し無次元化すると、

$$\frac{q}{q_o} = ky^+ \frac{dt_w^+}{dy^+} = 1 \quad (3-4.4)$$

式 (3-4.4) を $y^+ = 11.6$ で、 $t_w^+ = 11.6 Pr_w$ 、 $y^+ = y^+$ で、 $t_w^+ = t_w^+$ なる条件で解くと、

$$t_w^+ = \frac{1}{k} \ln y^+ + 11.6 Pr_w - \frac{1}{k} \ln 11.6$$

$$= 2.5 \ln y^+ + 11.6 Pr_w - 2.5 \ln 11.6 \quad (3-4.5)$$

故に、 $\delta^+ \leq 11.6$ では、 h_w は、式 (3-2.5)、式 (3-4.3) より

$$h_w = C_w \rho_w u_{*} / Pr_w \delta^+ \quad (3-4.6)$$

となる。

$\delta^+ > 11.6$ では、 h_w は、式 (3-2.5)、式 (3-4.5) より

$$h_w = \frac{C_w \rho_w u_{*}}{2.5 \ln \delta^+ + 11.6 Pr_w - 2.5 \ln 11.6} \quad (3-4.7)$$

式 (3-3.9)、式 (3-3.10) より膜 Re 数を求めると同時に、式 (3-4.6)、式 (3-4.7) より伝熱係数を求める。

4. 実験結果及び考察

4・1 伝熱に関して

液膜の Re_w をパラメーターとし、縦軸に無次元伝熱係数 $h^+ = h_w (\mu w^2 / \lambda w^3 \rho w^2 g)^{1/3}$ 、横軸に界面剪断応力をあらわす β をとりプロットすると Fig. 4-1 のようになる。

その結果、グラフに示されるように一般に kutate-

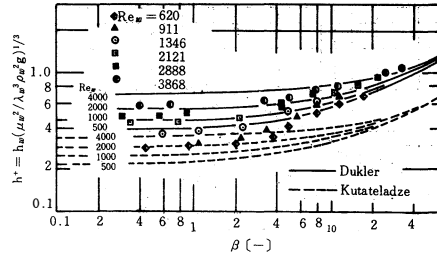


Fig. 4-1 実験値と理論値との比較

ladze の理論より Dukler の理論の方に近いように思われる。しかし、 Re 数が小さく β が小さいときには、kutateladze の理論に近いように思われる。この場合、Dukler の理論にあうものとすれば壁面上できれいな薄膜が形成されず片流れが生じている可能性が大である。なぜなら Fig. 4-1 に示されるように例えば $Re_w = 620, 911$ の場合、どの測定部分に関しても他の Re 数と比較して β が 4~7 の値付近において急激に伝熱係数が上昇しているからである。つまり式 (1-1) の電解液との接触面積 A が小さくなるからである。 β が大なるところでは、空気は液と並流接触しているため液が管壁に押し広げられる状態になりきれいな薄膜が形成されたために、Dukler の理論に近くなってきているものと思われる。しかし β が大なるところでは、 Re_w の大小にかかわらず Dukler の理論より大きくなるのは、界面の波立ちによる影響と考えられる。このことは、実験中の記録計によくあらわれている。また、 β が大なるところでは、 Re_w に関係なく β のみの関数となってくる。つまり伝熱係数が気液間支配となってくる。また、 β が小なるところでは、伝熱係数は β に無関係に一定値となっている。これは、伝熱係数が界面剪断応力の影響を受けず固液間支配になるものと思われる。

4・2 流動に関して

結果は、Fig. 4-2.1、Fig. 4-2.2 に示される。Fig. 4-2.1 は、Dukler の理論との比較であり、無次元液膜厚み η と Re_w をパラメーター β について相関している。Fig. 4-2.2 は、kutateladze の理論及び Prandtl の $1/7$ 乗則との比較であり、縦軸に δ^+ 、横軸に Re_w をとりプロットされたものである。

Fig. 4-2.1 に示されるように、一般に実験値は

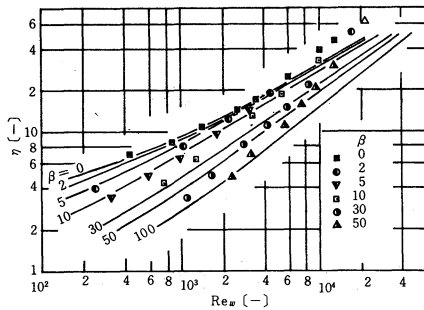


Fig. 4-2.1 実験値と Dukler との比較

β が小さく Re_w が 4000 以下では最大偏差が約 30% でよく Dukler の理論に一致する。しかしながら Re_w が大きくなるにつれて理論値との差異が大きくなっている。これは測定による誤差と考えられる。また、 Re_w 数が大きくなると液膜厚みが理論値より大きくなる原因としては、うず粘土に関する Deissler の式の適用範囲は $y^+ < 26$ 程度であるのに Dukler は、Deissler のうず粘度を液膜の全領域に対して使用していることがあげられる。また、 β が大きくなるにつれて理論値との差異が顕著になる。これは、液面の波立ち、さらに空気流量が大きいために締切法に

よる実験誤差等が関係してくるものと思われる。また Re_w が小さく、空気流量が小なる範囲では、無次元液膜厚み η は小さくなっている。このような状態では一般に伝熱係数は大きくなるはずであるが実験とは少し違ってくる。これは伝熱において考察したように液の片流れによるものと考えられる。

Fig. 4-2.2 に示されるように、一般に Re_w 数が 2000~7000 において kutateladze 理論と一致する。 Re_w が小さい範囲では理論値より小さくなっている。また、 Re_w が大きくなるにつれて理論値より大きくなる。これは液面の波立ち及び締切法による実験誤差と考えられる。¹³⁾ kapitza は、低 Re_w 数において液面の波立ちを考慮して液膜厚みは、kutateladze よりも小さくなることを示している。以上、流動実験に関しては、測定上の誤差等により確固たる決断はくだせない。今後の課題としては、電気化学的方法により壁面剪断応力を求め力のバランスより液膜厚みを求める測定法を使用すべきであると思われる。

5. 結 論：

本研究は、蒸発冷却器の管内冷却水側の移動係数を明確にしよりよい設計指針を得るために、従来の

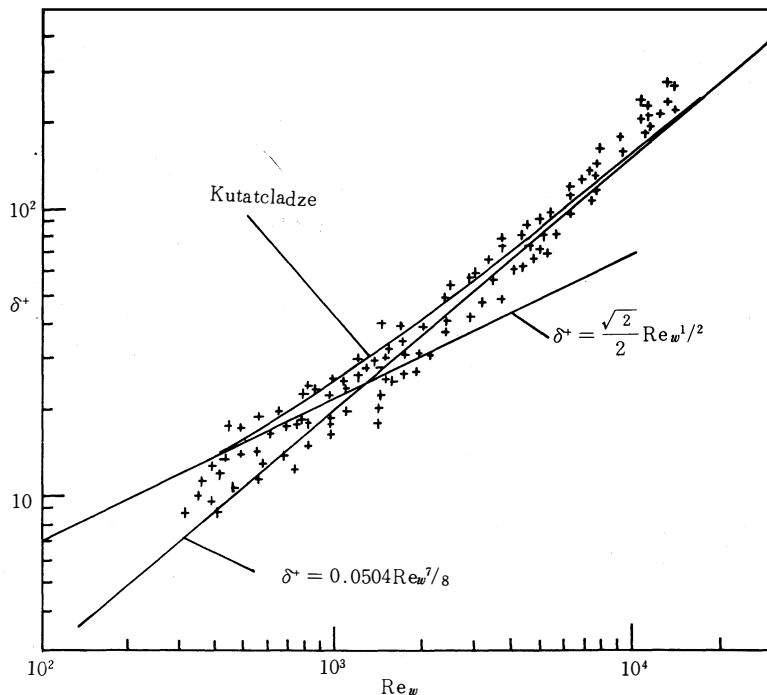


Fig. 4-2.2 実験値と Kutateladze との比較

理論値と電気化学的方法および締切法により求めた実験値と比較検討した。その結果、理論値と実験値は同じ傾向を示した。つまり界面剪断応力が小さい場合は膜Re数が伝熱係数決定の重要な因子となり界面剪断応力が大きくなると膜Re数は伝熱係数には無関係になり界面剪断応力が重要な因子になる。kutateladzeの理論は界面剪断応力および膜Re数が小さい範囲をよく表わしDuklerの理論は界面剪断応力の大きい範囲を良くあらわしているものと思われる。

使用記号：

A	： 電極面積	[cm ²]
C	： 比熱	[cal/g°C]
Cb	： 液本体濃度	[gmol/cm ³]
D	： 拡散係数	[cm ² /sec]
F	： フアラデー定数 = 9.652×10 ⁴	[Coulomb/g mol]
g _c	： 重力換算係数	[g cm/Gr sec ²]
ΔH	： 垂直管長さ	[cm]
h	： 伝熱係数	[cal/cm ² sec °C]
h ⁺	： 無次元伝熱係数 = $h_w(\mu_w^2/\lambda_w^3\rho_w g)^{1/3}$	[-]
k	： 物質移動係数	[cm/sec]
l	： プラントルの混合距離	[cm]
n _e	： 移動電荷数	[-]
Pr	： プラントル数	[-]
Δp	： 圧力損失	[Gr/cm ²]
q	： 熱移動量	[cal/cm ² sec]
Re	： レイノルズ数	[-]
t	： 温度	[°C]
T	： 絶対温度	[°K]
u ⁺	： 無次元速度 = u/u _*	[-]
u _*	： 摩擦速度	[cm/sec]
y ⁺	： 無次元距離 = yu _* /ν _w	
λ	： 熱伝導率	[cal/cmsec °C]
μ	： 粘度	[g/cm sec]
τ	： 剪断応力	[Gr/cm ²]
ρ	： 密度	[g/cm ³]
δ ⁺	： 無次元液膜厚さ = δu _* /ν _w	[-]
Γ	： 単位長さ当りの流量	[g/cm sec]
η	： 無次元液膜	
β	： 無次元界面摩擦 = (u _* ³ /gν _w) ^{2/3}	[-]

添 字

s	： 気液界面
o	： 管壁
i	： プロセス流体
w	： 液体
g	： 空気

参考文献

- 1) 宮下、佐伯、第7回化学工学秋季大会講演集 (1973)
- 2) Sexauer, Th : Forch-Ing-Wes. 10 (1939)
- 3) McAdams. W.H.T.B.Drew and Bays : Trans Am.Soc. Mech. Engrs, 26 (1910)
- 4) Garwin.L and E.W.Kelly : Ind.Eng.Chem 47 (1955)
- 5) WilKe, W : kältetechn. 13 (1961)
- 6) Dukler. A.E Chem.Eng.Propr.Symp.Series, 56, 30 (1960)
- 7) S.S.kutateladze. Fundamentals of Heat Transfer edited by R.D.Cess, Chapter 15 (1963)
- 8) J.E.Mitchell and T.J.Hanratty : J.Fluid Mech 26, 199 (1966)
- 9) Prandtl, VDI Zeitschrift. 22, 105 (1933)
- 10) T.Von Karman, NACA, TM 611
- 11) R.G.Deissler, NACA Report 1210
- 12) W.Nuselt, VDI Zeitschrift, 60, 541 (1916)
- 13) P.L.Kapitza, Wave flow of thin layers of viscous liquids, Soviet Phys. JETP 18(1), 19 (1948)
- 14) T.Mizushima : Advance Heat Transfer 7, 87 (1971)
- 15) H.Ueda : "Fundamental Study of Transport Phenomena by Electrochemical Method" The thesis at Kyoto Univ. (1971)

昭和49年7月、「化学工学」北陸大会(富山)にて講演