機械運動の問題についての一考察 （第二報）

長　元　亀　久　男

One Consideration On A Problem of Kinematics of Machinery （2nd report）

Kikuo NAGAMOTO

One graphical consideration of Euslr-Savarys equation and Bobiller's law in Kinematics is described in this paper.

一般に平面運動をしている剛体の一瞬間を考えるとき，図～1のように瞬中心Pにて接し相対的にころがりをなすセントロードCm　Cfなる2つの曲率円の運動におきかえて考えても差支えがない。この場合M_0をA点の運動軌跡曲線の曲線中心とする。いまA点における速度 Va(＝AA′) が与えられているとして同じ運動系のB点の速度はAを中心に AA′ を半径として円弧を画き AP との交りの点から BP に垂線をおろし BP との交点を求める。つぎにBを中心にしてこの交点までの長さを半径として円弧を画きBPに垂直なる BB′ 線との交点B′を求める。瞬間中心Pにおける速度 Vp を BP に垂直な方向の Vpt(＝PP″) と BP 方向の Vpn(＝P′P″) に分ける。そして BP の延長と BP″ を結んだ直線との交点 Oを求めればこれがB点の運動軌跡曲線の曲率中心を与えるものである。この場合，AP＝R，$M_0P=R_0$，BP＝ρ，OP＝ρ_0，∠BPT＝α，とすればオイレルザワリの式はつぎのように導かれている。[1]

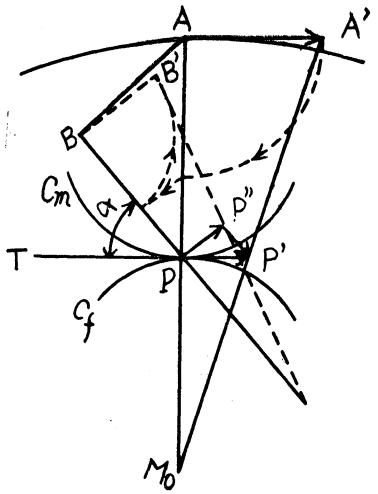
$$\left(\frac{1}{\rho_0}+\frac{1}{\rho}\right)\sin\alpha=\frac{1}{R_0}+\frac{1}{R} \quad \cdots\cdots(1)$$

ρ_0 が無限大となる場合には(1)式はつぎのように記される。

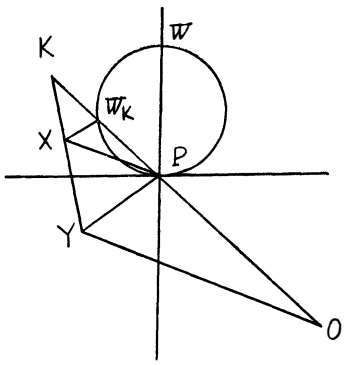
$$\frac{1}{\rho}\sin\alpha=\frac{1}{R_0}+\frac{1}{R} \quad \cdots\cdots(2)$$

$$\rho=\frac{RR_0}{R+R_0}\sin\alpha \quad \cdots\cdots(3)$$

いまP点にて $PW=RR_0/R+R_0$ を直径とする円を図～2のように画けばこれは幾何学的意味から変曲円となるのである。



図～1



図～2

この変曲円を用いて，この運動系のK点の運動軌跡の曲率中心をOとすれば直線 KOP が変曲円と交る点を W_K とし KP＝ρ，PO＝ρ_0 とすればつぎのような関係のあることが知られている。

$$\frac{\rho_0}{\rho}=\frac{PW_K}{KW_K} \quad \cdots\cdots(4)$$

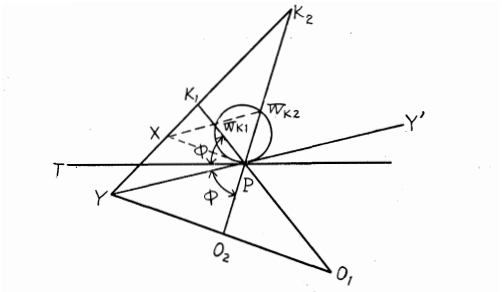
このことから図～2にて，K，P，Y，O，の間にはつぎのような幾何学的関係のあることを前報において報告した。[2]

Yはこの運動系に属する点Kを通る任意の直線KYと運動軌跡の曲率中心Oを通る任意の直線OYとの交点である。

Xはこの運動系に属している点Kを通る直線KY上に瞬間中心PからOYに平行に引いた直線との交りである。

W_K はこの運動系に属している点Kと瞬間中心Pと運動軌跡曲線の曲率中心Oを通るKPO直線とXからYPに平行に引いた直線との交りの点である。

もしも運動系に属する K_1 K_2 なる2点を考えれば第3図を参照し2点 K_1 K_2 を通る直線とそれぞれの曲率中心 O_1 O_2 を通る直線との交りは前記理論によるYとなるのである。このYにつき前記理論を応用する。すなわちYPを結びPから O_1Y に平行線を引き K_2 K_1Y と交る点がXである。XからYPに平行線を引き K_1P, K_2P と交る点が W_{K1} W_{K2} である。瞬間中心Pと W_{K1} $W_K{}^2$ 点を通る円が変曲円となるのである。



図～3

この作図理論からつぎのような関係が導き得られる。

$$\angle TPK_1=\angle W_{K1}W_{K2}P=\angle K_2PY'=\angle YPO_2$$

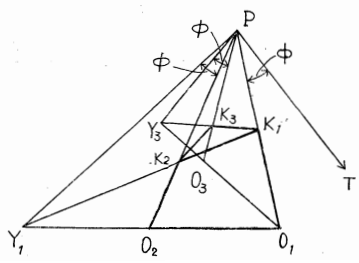
$$\angle TPK_1=\angle YPO_2=\phi \quad \cdots\cdots (5)$$

これについて前と同じように幾何学的考察をすればつぎのようなことがいえる。

Yは運動系に属する2つの点 K_1 K_2 を通る直線と，その運動軌跡曲線の曲率中心 O_1 O_2 を結んだ直線との交りである。

瞬間中心Pを通りこの運動系に属する1つの点 K_2 とその曲率中心 O_2 を結んだ直線とYP（基準線）とのなす角を ϕ とすれば，同じ瞬間中心を通り，この運動系に属する他の点 K_1 とその曲率中心 O_1 を結んだ直線と ϕ の角をなす直線は極接線TPとなる。

いまこのような図的構成理論を図～4のような四つ棒リンク機構において K_3 点の曲率中心について考えてみよう。



図～4

図において曲率中心 O_1 O_2 を通る直線とこの運動系に属する点 K_1 K_2 とを結ぶ直線との交点を Y_1 とする。瞬間中心Pと1つの運動点 K_2 とその曲率中心 O_2 とを結ぶ直線と Y_1 Pとのなす角を ϕ とすると，他のこの運動系に属する点 K_1 とP と O_1 とを結ぶ直線と ϕ の角をなす直線PTを引けば，これが極接線となる。

この運動系に属する他の点 K_3 について考えるに曲率中心は瞬間中心Pと K_3 を結ぶ直線の延長上にある。また PK_3 と ϕ の角をなす PY_3 を引き，運動系に属する2つの点 K_1, K_3 を結ぶ直線との交点を Y_3 とする。O_1Y_3 を結び PK_3 の延長と O_1 Y_3 直線との交点 O_3 とすれば，前に述べた図的構成理論により K_3 運動点の曲率中心であることは明かである。この図的構成理論を応用すれば平面運動をなす剛体の一瞬間における運動軌跡の変曲円を画き得る。また四つ棒リンク機構の運動の考え方(3) を用いさらに加速度中心を求める作図の考え方(4) を用うれば，これから接線円が画き得られる。

本稿は日本繊維機械学会北陸地方講演会（昭39－11－17）における講演要旨である。

参照文献

(1)野　口　尚　一；機械運動理論。日刊工業，昭29。
(2)長　元　亀久男；機械運動の問題についての一考察。富大工紀，15巻，昭39。
(3)長　元　亀久男；4節リンク機構の運動についての一考察。精機学会北陸支部講演会前刷，昭和37－6－29。
(4)渡　辺　茂；機構学講義。I，共文全書。昭36

（昭和39.10.27受付）