

1552 二相系格子ボルツマンモデルへの有限体積法の適用

Application of Finite Volume Method to Lattice Boltzmann Model for Two Phase Flows

○正 瀬田 剛 (富山大) 正 奥井 健一 (富山大)
正 竹越 栄俊 (富山大)

Takeshi SETA, Toyama University, 3190 Gofuku, Toyama-shi, Toyama
Kenichi OKUI, Toyama University
Eisyun TAKEGOSHI, Toyama University

Simple and practical finite volume scheme based on the quadrilateral elements is applied to Lattice Boltzmann Method for two-phase flows simulation. The numerical simulation results of Poiseuille flow and of two-phase flows indicate the applicability of the finite volume method to Lattice Boltzmann Model. Simulations of droplets dynamics between curved planes are carried out, showing the flexibility to fluid flow simulation in a wide variety of regions which contain arbitrarily shaped boundaries. All simulation results show smooth density distributions in regions including various mesh sizes.

Keywords: Two-Phase Flows, Computational Fluid Dynamics, Lattice Boltzmann Method, Finite Volume Method, Unstructured Grid

1. はじめに

格子ボルツマン法 (LBM) は複雑な界面挙動を比較的簡単に再現できることから、二相流に対する LB モデルが次々に提案された⁽¹⁻³⁾。しかし、LBM では正方格子や六角格子などの格子が用いられるため、格子形状に適した境界形状が一般に用いられる。この制約を緩和し、任意の格子形状に適合できるようにするため、有限体積法を適用した格子ボルツマン法 (FVLBM, Finite Volume Lattice Boltzmann Method) が Nannell らによって提案された⁽⁴⁾。この FVLBM は、Xi らにより、複雑な非均一格子に適用できるように改良された⁽⁵⁾。Peng らにより三角形格子を用いた非構造格子にも適用可能な FVLBM も開発されている⁽⁶⁾。FVLBM による単相流の計算結果は解析解とよい一致を示すことが報告されている⁽⁴⁻⁷⁾。これまで、主に単相流のシミュレーションに適用されてきた FVLBM を、稲室らによって提案された二相系格子ボルツマンモデル⁽¹⁾に適用し、非均一格子内における二相流動解析への LBM の適用性を検証する。Peng らによって提案された境界条件の設定方法である Half-Covolume Scheme⁽⁷⁾の計算精度についても検証する。

2. FVLBM

FVLBM では、格子上を i 方向に進む粒子の離散速度ベクトル \mathbf{e}_i に対応した動力学方程式：

$$\frac{\partial f_i(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \mathbf{e}_i \cdot \nabla f_i(\mathbf{x}, t) = -\frac{f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{(0)}(\mathbf{x}, t)}{\tau}, \quad (1)$$

が解析される。式(1)に従って、仮想的な粒子に対する速度分布関数 f_i が、離散格子上を運動することにより、系が時間発展する⁽⁵⁾。この分布関数 f_i の振る舞いの累積として系全体の巨視的な挙動が再現される。ここで τ は緩和時間、 $f_i^{(0)}$ は局所平衡分布関数である。本研究で採用する Xi らによって提案された FVLBM⁽⁵⁾では、図 1 に示されるグリッドポイント P 周りの領域が考えられる。領域 $PABC$ に対する式(1)の第 1 項の積分は面積 S_{PABC} を用い、

$$\int_{PABC} \frac{\partial f_i}{\partial t} d\sigma = \frac{\partial f_i(P)}{\partial t} S_{PABC}, \quad (2)$$

のように近似される。ここで、図 1 中の $P_1 \sim P_8$ は、点 P に隣接するグリッドポイントを表す。式(1)の第 2 項に対する積分は、

$$\begin{aligned} \int_{PABC} \mathbf{e}_i \cdot \nabla f_i &= \mathbf{e}_i \cdot \mathbf{n}_{AB} l_{AB} [f_i(A) + f_i(B)]/2 \\ &+ \mathbf{e}_i \cdot \mathbf{n}_{BC} l_{BC} [f_i(B) + f_i(C)]/2 + I_S, \end{aligned} \quad (3)$$

によって与えられる。グリッドポイントではない点 A , B , C における分布関数の値 $f_i(A)$, $f_i(B)$, $f_i(C)$ は、 P , P_1 , P_2 , P_3 の値の内挿によって与えられる。式(1)右辺の衝突項に対する積分も同様に内挿によって与えられる。

3. 数値計算

以下のシミュレーションでは、境界条件の設定方法として Chew らによって提案された FVLBM に対する境界条件

(Half-Covolume Scheme)⁽⁷⁾を用いる。Half-Covolume Scheme の精度を検証するため、Poiseuille 流れの数値計算を行う。Bounce-Back Scheme を用いた LBM による計算結果を○で、FVLBM による Poiseuille 流れの数値計算結果を×で図 2 に示す。図 2 (a)に示されるように、動粘性係数が $\nu = 0.05$, $\nu = 0.10$ と低い場合には、LBM, FVLBM とともに解析解

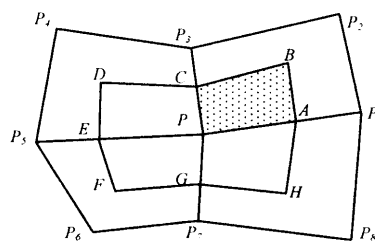


Fig. 1 Diagram of finite elements sharing one common node.

とよい一致を示しているが、図 2 (b)に示されるように、動粘性係数が $\nu = 1.00$, $\nu = 1.50$ と高い場合には、FVLBM の計算精度が Bounce-Back Scheme を用いた LBM より優れていることが分かる。

稲室らによって提案された二相系 LBM⁽¹⁾に FVLBM を適用し、強制対流内の液滴の挙動を計算する。x 方向のグリッドポイント $i = 1 \sim 49$ では格子サイズを $\Delta x = 0.5$, $i = 50 \sim 97$ では $\Delta x = 1.0$ とし、y 方向のグリッドポイント $j = 1 \sim 33$ および $j = 65 \sim 97$ では $\Delta y = 0.5$, $j = 34 \sim 64$ では $\Delta y = 1.0$ とした。図 3 より、強制対流により液滴が流され、表面張力により引き合い液滴同士が合体していく様子が観察される。図中、直線で示された格子サイズが変化する境界で密度分布の不連続は発生しなかった。2 種類の格子サイズを有する非均一格子において二相系 LBM によるシミュレーションが可能であることが示された。

最後に、二相系 FVLBM の任意格子形状への適応性に関する柔軟性を検証するため、図 4 に示す正弦曲線で挟まれた管内の二相流動計算を行う。管径が広い領域に配置された 2 つの液滴は下流に流され、管径が細い領域で合体し、くびれを作っていく複雑な流動様式が安定に計算されることが確認された (図 5)。本数値計算結果より、二相系 FVLBM が、様々な格子形状を有する非均一格子に適用可能であることが示された。

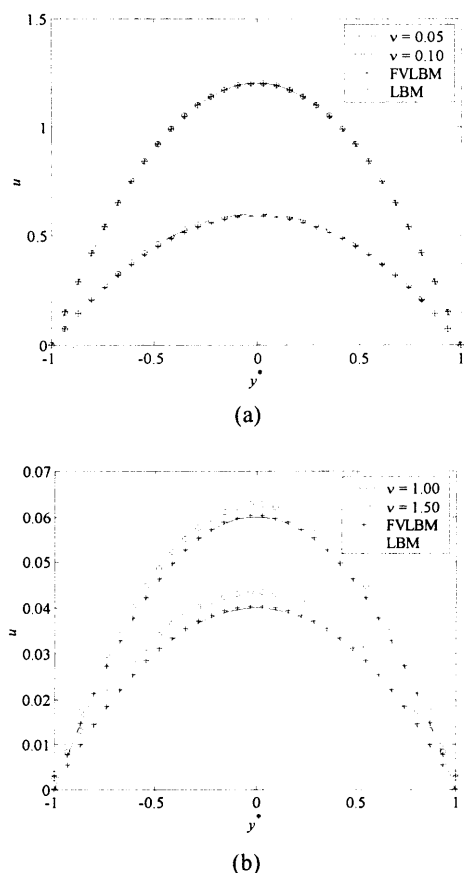


Fig.2 Numerical velocity profile with FVLBM (cross) in the steady state for the Poiseuille flow compared with the numerical data by the standard LBM (circle).

4. おわりに

有限体積法を用いることにより、二相系格子ボルツマンモデルが非構造格子に適用可能であることが示された。なお、保存則を満たす有限体積法を用いても、二相界面において生じる非物理的な流動は抑えられなかった。

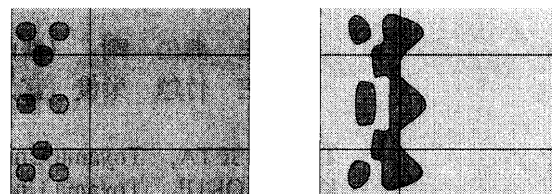


Fig.3 The density distribution in the two phase flows simulation.

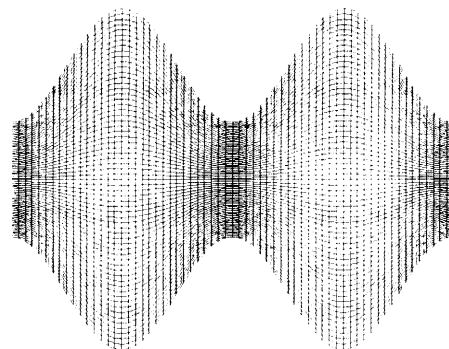


Fig.4 The quadrilateral meshes used for two phase flows simulation indicated in Fig.5.

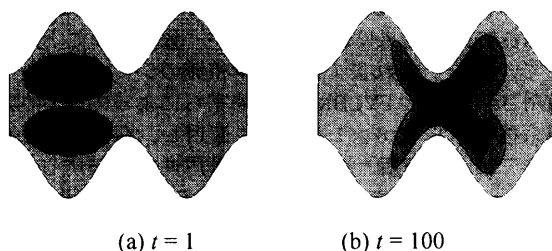


Fig.5 Snapshots of density field for two phase flows between two curved plates.

参考文献

- (1) Inamuro, T., Konishi, N., and Ogino, F., Comp. Phys. Comm. Vol.129, 32-45, (2000).
- (2) Takada, N., Misawa, M., Tomiyama, A., and Fujiwara, S., F., Comp. Phys. Comm. Vol.129, 233-246, (2000).
- (3) Seta, T., Kono, K., Martinez, D., and Chen, S., JSME Int. Journal, Vol. 43, No.2, 305-313, (2000).
- (4) Nannelli, F., and Succi, S., J. Stat. Phys., Vol. 68, 3/4, 401-407, (1992).
- (5) Xi, H., Peng, G., and Chou, S-H., Phys. Rev. E, Vol.60, No.3, 3380-3388, (1999).
- (6) Peng, G., Xi, H., and Duncan, C., Phys. Rev. E, Vol.59, No.4, 4675-4682, (1999).
- (7) Chew, Y. T., Shu, C., and Peng, Y., J. Stat. Phys., Vol. 107, 1/2, 539-556, (2002).